TỦ SÁCH SPUTNIK

Sách điện tử SE002

Nguyễn Tiến Dũng

HỌC TOÁN VÀ DẠY TOÁN NHƯ THẾ NÀO?

Người bạn đường vui học!

Đây là phiên bản điện tử miễn phí
dành cho các bạn đọc của
Sputnik Education

Phiên bản này: Ngày 21 tháng 5 năm 2015

Mục lục

Lời giới thiệu

Quyển sách nhỏ này bàn về nhiều khía cạnh khác nhau của việc học toán, dạy toán, và chương trình môn toán, ở cả bậc phổ thông và bậc đại học. Nó được hình thành từ các bài viết của tác giả về vấn đề này trong quãng thời gian từ 2009 đến 2015, dựa trên các kinh nghiệm bản thân và các nghiên cứu tìm tòi của tác giả, để từ đó rút ra các kết luận về việc nên học toán như thế nào, dạy toán ra sao cho hiệu quả. Quyển sách cũng phân tích một số học thuyết sai lầm về giáo dục để mọi người cảnh giác, và một số điểm bất cập trong chương trình toán phổ thông hiện tại.

Đối tượng chính của quyển sách là các bậc phụ huynh học sinh muốn hướng cho con em mình giỏi toán, các sinh viên và giáo viên, giảng viên muốn học toán và dạy toán được tốt hơn, và các nhà quản lý và cải cách giáo dục.

Quyển sách được chia làm 3 chương. Chương một là "Học toán như thế nào?". Các bậc phụ huynh học sinh sẽ thấy trong đó nhiều lời khuyên cụ thể về việc nên hướng con em mình học như thế nào cho vui và hiệu quả. Các bạn học sinh sinh viên cũng có thể trực tiếp

đọc và rút ra những lời khuyên từ chương này.

Chương hai và chương ba chủ yếu bàn về việc dạy toán. Chương hai dựa trên những bài viết ngắn của tác giả từ năm 2009 về những điều nên và không nên làm khi dạy toán. Chương ba là những ghi chép lại từ hai buổi thảo luận của tác giả với một nhóm giảng viên toán trẻ vào tháng 9/2012, có lặp lại một số ý của chương hai, nhưng viết ở dạng khác đi.

Tác giả hy vọng rằng quyển sách này sẽ giúp cho bạn đọc hiểu rõ hơn về bản chất của toán học, và góp phần làm cho việc học toán và dạy toán trở nên hiệu quả hơn.

Quyển sách này đến được tay bạn đọc là nhờ có Tủ sách Sputnik, một dự án do các nhà khoa học và giáo dục hàng đầu của Việt Nam lập ra nhằm góp phần cải cách hệ thống giáo dục theo chiều hướng tốt lên. Hy vọng rằng bạn đọc sẽ ủng hộ Tủ sách Sputnik, qua những việc như là mua các quyển sách rất hay của tủ sách này, quảng bá cho nó, v.v.

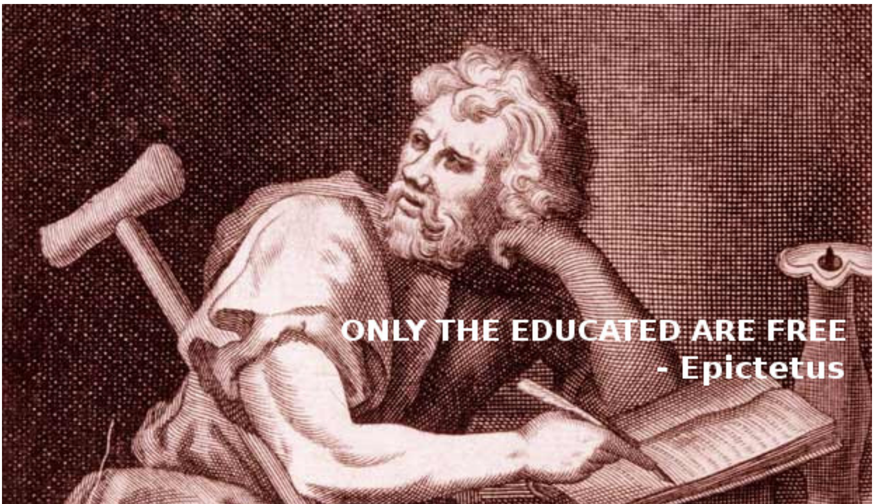
Tác giả chân thành cảm ơn nhiều bạn bè và đồng nghiệp đã góp ý cho cuốn sách này và cho các bài viết tạo nên cuốn sách này. Tác giả mong nhận được các phản hồi từ phía bạn đọc để chỉnh sửa sách cho được tốt hơn.

Toulouse, 06/2015

Nguyễn Tiến Dũng

Chương 1

Học toán như thế nào?



1.1 Niềm vui học toán

I have no special talent. I am only passionately curious – Albert Einstein

Trẻ em và người lớn yêu thích cái gì, tò mò muốn biết cái gì, thì sẽ học cái đó rất nhanh. Muốn cho một bé học giỏi toán, thì điểm quan trọng đầu tiên là phải làm cho bé yêu toán. Chúng ta không thể bắt ép ai đó (hay chính bản thân) yêu toán, mà chỉ có thể gợi mở và khuyến khích.

Gần đây, ở Việt Nam xuất hiện phong trào giáo dục STEM (Science - Technology - Engineeering - Math, tức là sự kết hợp của khoa học, công nghệ, kỹ thuật và toán học với nhau) nhập khẩu từ Mỹ, và Ngày hội STEM lần đầu đã được tổ chức vào tháng 5/2015 cho các học sinh nhỏ tuổi. Những ngày hội như thế là những dịp rất tốt để tạo ra sự gợi mở và khuyến khích đó.

Cho đến nay (năm 2015), phần lớn trẻ em ở Việt Nam mới chỉ được học toán qua sách giáo khoa lý thuyết và bài tập, chứ không biết đến các thể loại sách khác về toán rất cần thiết cho việc bổ sung kiến thức và gợi mở tình yêu toán học. Cần tăng cường cho trẻ em tiếp xúc với các sách hay thuộc các thể loại khác, ví dụ như:

- Sách truyện có nội dung toán học (đọc về toán mà ly kỳ hấp dẫn như truyện cổ tích),

- Sách về toán học trong cuộc sống và trong tự nhiên (để trẻ em thấy các khái niệm toán học sinh động và hữu ích ra sao),



Vui chơi toán học cùng Sputnik tại Ngày hội STEM 17/05/2015.

- Sách về các trò chơi toán học (còn gì hay hơn là chơi vui mà lại là học hiệu quả),

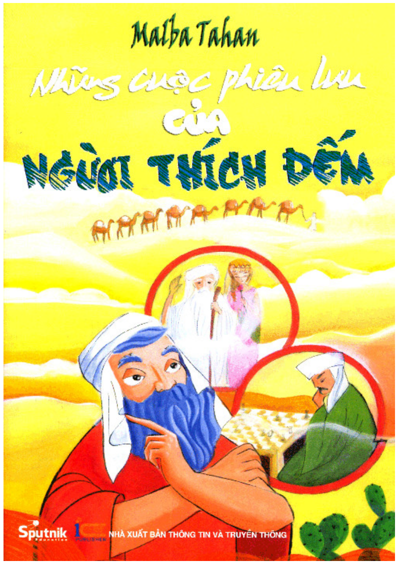
- Sách về lịch sử toán học (biết về lịch sử giúp chúng ta hiểu rõ hơn mọi thứ),

- Đố vui giải trí toán học (đố vui cũng là một cách luyện não hiệu quả), v.v.

Các thể loại sách trên ở Việt Nam cũng có nhưng còn hiếm. Những nhà xuất bản truyền thống như "Kim Đồng" thỉnh thoảng có cho ra một quyển. Hiện tại có hai công ty giáo dục ở Việt Nam quan tâm

đặc biệt tới các sách tham khảo hay (về toán nói riêng và khoa học nói chung) cho học sinh, là công ty Long Minh và Sputnik Education. Long Minh do một kỹ sư giỏi tâm huyết với giáo dục lập nên, và đã dịch một số sách toán thú vị cho trẻ em sang tiếng Việt, ví dụ như cuốn "Mathmagicians" ("Các phép màu toán học") của Johnny Ball.

Sputnik Education được lập ra từ năm 2013 bởi một nhóm các nhà khoa học và giáo dục có trình độ quốc tế, trong đó có GS Hà Huy Khoái (nguyên viện trưởng Viện toán học Hà Nội), GS Đỗ Đức Thái (trưởng khoa toán Đại học Sư phạm Hà Nội), TS Trần Nam Dũng (ĐHQG TP HCM, một trong những trụ cột của việc đào tạo học sinh giỏi toán Việt Nam), có tôi và một số bạn bè và đồng nghiệp khác. Đến năm 2015 Sputnik đã có mấy chục cộng tác viên là những người có trình độ cao và tâm huyết với giáo dục. Khẩu hiệu của Sputnik là *"Người bạn đường vui học"*. Việc học hiệu quả trước hết phải VUI, phải làm cho người ta thích thú, sung sướng khi học.



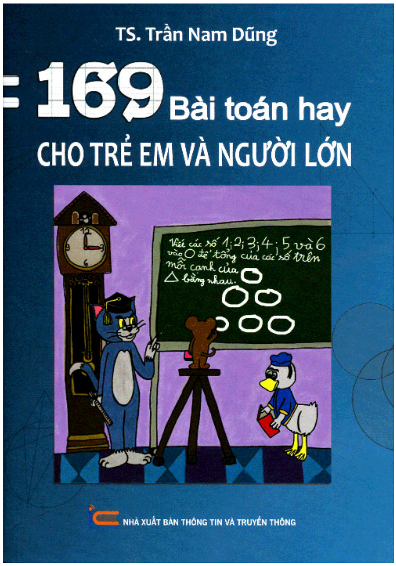
Có thể kể làm ví dụ một số sách toán trong Tủ sách Sputnik thú vị và dễ đọc như đọc truyện, có công dụng gợi mở tình yêu đối với toán học trong trẻ em và cả người lớn:

- Malha Taban, *Những cuộc phiêu lưu của người thích đếm*. Cuốn truyện về toán hấp dẫn như “Nghìn lẻ một đêm” này nổi tiếng toàn thế giới, đã được dịch ra hàng chục thứ tiếng, in hàng triệu bản.

- Lëvshin, *Ba ngày ở nước Tí Hon* (bản dịch mới).

- Lëvshin, *Người Mặt Nạ Đen từ nước Al Jabr* (bản dịch mới). Các sách của Lëvshin, viết từ thập kỷ 1960, cũng đã được dịch ra nhiều thứ tiếng, trở thành sách “gối đầu giường” của bao thế hệ học sinh. Bản thân tôi hồi nhỏ nhờ được đọc sách “Người Mặt Nạ Đen ...” (bản dịch cũ) mà say mê học về các phương trình.

- Lichtman, *Bí mật, dối trá và đại số*. Quyển sách này xuất bản lần đầu ở Mỹ năm 2006 và đã đoạt nhiều giải thưởng sách thiếu nhi.



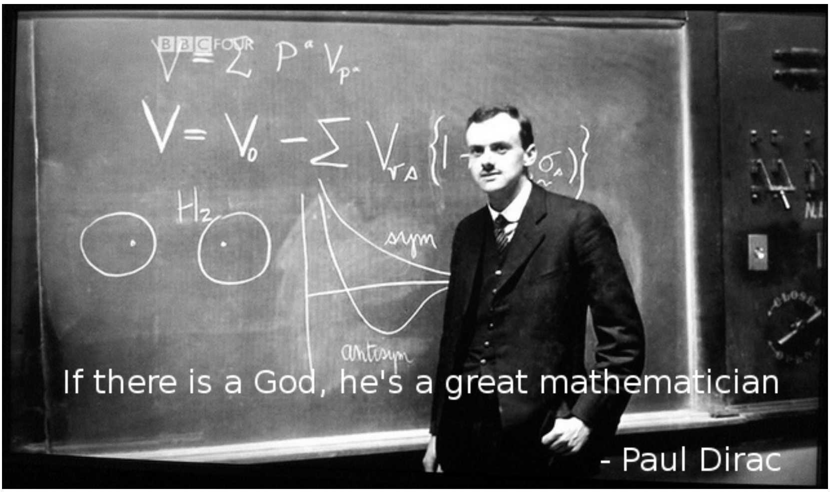
Cũng có những sách do chính những người sáng lập Sputnik viết, ví dụ như “*169 bài toán hay cho trẻ em và người lớn*” của Trần Nam Dũng, “*Các bài giảng về toán cho Mirella*” của Nguyễn Tiến Dũng, và “*Romeo đi tìm công chúa – 100 câu đố vui hóc búa*” của Lê Bích Phượng và Nguyễn Tiến Dũng.

Ngoài các sách tham khảo về toán, trên thế giới còn có các tạp chí toán học cho học sinh, ví dụ như tạp chí *Kvant* của Nga và *Tangente* của Pháp, và các tạp chí này có nhiều bài báo rất hay viết

về toán học trong tự nhiên, trong công nghệ, trong cuộc sống, v.v., có tính gợi mở. Các tạp chí ở Việt Nam như *Toán học và Tuổi trẻ* và *Toán học và Tuổi thơ* cũng đã có một số bài báo như vậy, nhưng ở mức độ hạn chế hơn.

Những sách và tạp chí hay mà rơi vào tay tay trẻ em thì chẳng cần thúc ép trẻ em cũng sẽ say sưa đọc, và đó chính là một cách học rất hiệu quả để mà yêu toán, giỏi toán. Ngoài ra, các hoạt động thực hành, thí nghiệm, các cuộc thi vui, và các chò trơi có yếu tố toán học cũng là những cách rất hiệu quả để đem lại niềm vui học toán.

1.2 Học toán được cái gì?



Tại sao môn toán lại có vị trí quan trọng bậc nhất ở trong chương trình giáo dục phổ thông? Học toán thì được cái gì (mà nếu thay bằng học các thứ khác thì không được bằng)?

Một lý do rất chính đáng là, toán học là công cụ cho tất cả các môn khác. Vật lý, hóa học, lịch sử, v.v. cho đến môn tiếng Việt (ngữ pháp: phân tích cấu trúc lô gích của câu và cách hành văn) đều dùng đến các khái niệm toán học. Nhà vật lý nổi tiếng Paul Dirac có nói: "Nếu Chúa tồn tại, thì Ngài là một nhà toán học vĩ đại". Bởi mọi thứ trong thế giới này đều có cấu trúc toán học. Toán học chính là công cụ không thể thiếu nếu chúng ta muốn hiểu thế giới.

Chương trình giáo dục hợp lý cần được thiết kế sao cho có sự phối hợp nhịp nhàng giữa các kiến thức toán cần cho các môn đó và các thứ được học trong bản thân môn toán. Một ví dụ về việc kém phối hợp là khi sách hóa học lớp 11 dùng đến cả tích phân hai chiều (!) trong khi chương trình toán phổ thông không hề nhắc đến tích phân đó.

Ngoài việc làm công cụ cho các môn khác, toán học còn là môn học đặc biệt thích hợp để rèn luyện khả năng suy nghĩ và trí tuệ nói chung. Một người, bất kể là làm ngành gì, nếu ham học toán thì cũng sẽ có lợi thế về các kỹ năng và đức tính sau:

- Khả năng lập luận lô gích và chính xác, suy nghĩ mạch lạc.

- Nhận biết được những lập luận sai trái, thiếu lô gích.

- Khả năng miêu tả thế giới, mô hình hóa các vấn đề bằng ngôn ngữ toán học.

- Khả năng hiểu các vấn đề phức tạp.

- Khả năng phân tích chiến lược, sâu sắc, độc lập.

- Linh hoạt và tiếp cận cùng một vấn đề từ nhiều hướng khác nhau

- Tự tin, kiên trì, cẩn thận, v.v.

Kể cả khi không dùng trực tiếp công thức toán phức tạp nào trong cuộc sống và công việc, thì các kỹ năng và đức tính rèn được trong quá trình học toán cũng đã đủ làm cho môn toán trở nên hữu ích.

Đối với xã hội hiện đại và nền kinh tế thế giới dựa trên hiểu biết (knowledge-based economy) ngày nay, thì toán học là thứ không thể thiếu. Bất cứ nơi đâu cũng cần đến các ứng dụng của toán học, kể cả toán học hiện đại mới được xây dựng trong thế kỷ 20. Ví dụ, lý thuyết về phân bố chung của các biến ngẫu nhiên (gọi là lý thuyết copula) mới phát triển từ cuối thể kỷ 20 nhưng đã lập tức được dùng trong các tính toán tài chính và bảo hiểm hiện đại. Hay các lý thuyết mật mã hiện đại sử dụng hình học đại số mới phát triển từ nửa sau thể kỷ 20 đã ngay lập tức trở thành công cụ không thể thiếu để bảo mật cho thương mại điện tử và cho các hoạt động trên internet nói chung. Hay nói theo GS Rui Fernandes, một nhà toán học khá nổi tiếng mà tôi quen, thì các trò tranh đấu chính trị chẳng qua cũng là các ứng dụng toán học ở mức sơ cấp.

Không phải ai giỏi toán cũng nên đi theo nghề làm toán, mà thực ra nghề nào trong xã hội cũng cần có những người giỏi toán. Nhưng nếu ai thích chọn trở thành nhà toán học, thì đó cũng là một lựa chọn tốt. Trong bảng xếp hạng 200 ngành nghề khác nhau ở Mỹ năm 2014[(1)], nghề làm toán đươc đánh giá là nghề tốt nhất, đứng vị trí số 1: vừa có mức thu nhập khá cao, vừa được làm những cái mình thích, vừa có độ tự do cao, tương đối dễ kiếm việc, làm việc trong

[(1)]Xem chẳng hạn: http://www.careercast.com/jobs-rated/jobs-rated-2014-ranking-200-jobs-best-worst

môi trường lành mạnh, v.v.

1.3 Xóa bỏ các rào cản tâm lý



Rào cản tâm lý là trở ngại lớn nhất đối với trẻ em và cả người lớn trong việc học toán cũng như học các thứ khác. Nếu đứa trẻ chán nản hoặc sợ hãi với môn toán, thấy khổ sở khi học toán, thì tất nhiên học sẽ khó vào. Khi trẻ mắc phải những tâm lý tiêu cực đó, thì không phải là do "nó dốt, nó hư", mà là do hoàn cảnh tạo ra như vậy, và một phần lớn lỗi trong chuyện này thuộc về người lớn (thầy cô giáo hoặc cha mẹ). Một số lý do phổ biến khiến cho trẻ em trở nên sợ toán, chán toán là:

- Bị chế diễu, sỉ nhục ("sao mày ngu thế, sao điểm mày thấp thế"), hay thậm chí đánh đập khi không làm được bài.

- Bị ép học quá nhiều đến mức mụ mẫm hoặc trầm cảm, thiếu

ngủ và thiếu các hoạt động giải trí để có thể phát triển cân bằng.

- Giáo viên dạy chán và sách cũng chán, quá giáo điều, hình thức, khô khan, giải thích các thứ không rõ ràng, và cũng không nối kết được toán học với các thứ khác, khiến cho toán học trở nên khó hiểu và vô nghĩa, chẳng biết học để làm gì.

Học sinh cần được giải tỏa về tâm lý, xóa bỏ được nỗi sợ toán, nỗi ghét toán, nỗi sợ bị điểm kém, chuyển được giờ học toán từ "địa ngục" sang thành "sự sung sướng" thì học sẽ nhanh vào. Chẳng hạn, không nên sỉ nhục một học sinh bị điểm kém, mà ngược lại nên tỏ ra độ lượng, làm cho học sinh hiểu rằng ai cũng có thể có lúc bị điểm kém, điều đó không phải là bi kịch.

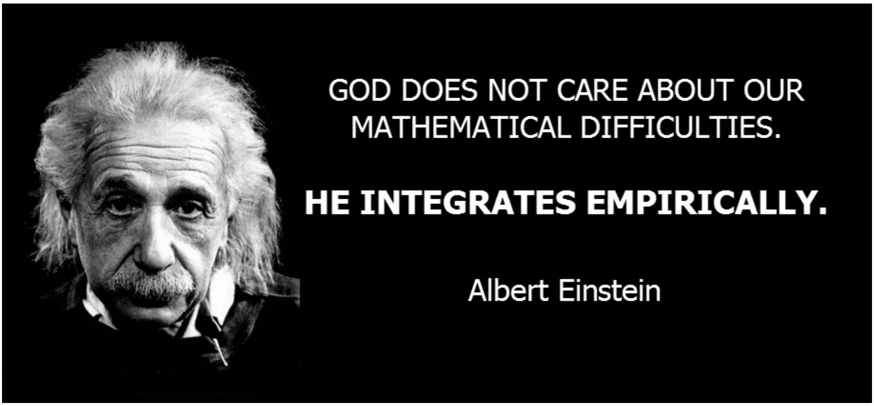
Như người ta nói, một phụ nữ hay được khen xinh thì sẽ xinh lên, hay bị chê xấu thì sẽ xấu đi. Trong việc học cũng vậy. Học sinh được động viên, có sự tự tin vào khả năng của mình thì học mới chóng tiến bộ. Còn nếu hay bị chê bai là ngu dốt, bị ức chế, có "tư tưởng bại trận" thì học sẽ càng khó vào. Sự thực là mỗi người chúng ta nói chung mới chỉ sử dụng được một phần nhỏ tiềm năng trí tuệ của mình. Nếu được động viên, và được tiếp cận các vấn đề một cách đúng đắn, thì chắc chắn chúng ta sẽ thông minh lên nhiều.

Những người kém toán "kinh niên" thì tất nhiên khó giỏi ngay lên được, nhưng nếu có tinh thần tốt thì hoàn toàn có thể tiến bộ dần lên, phát triển khả năng toán học và lấp các lỗ hổng trong kiến thức theo nhịp độ của mình.

Trong một số trường hợp, việc học thêm là cần thiết. Ví dụ như khi học sinh không hiểu bài trên lớp do bị hổng nhiều kiến thức, phải học thêm để tìm ra và bù đắp các lỗ hổng đó. Hoặc khi giáo viên

giảng khó hiểu, cũng cần được người khác giảng lại cho dễ hiểu hơn. Tuy nhiên, ép trẻ em học thêm quá nhiều hoặc giao quá nhiều bài tập bắt buộc về nhà, và đặc biệt không nên làm gì ảnh hưởng đến giấc ngủ của trẻ em. Giấc ngủ đóng vai trò vô cùng quan trọng trong việc hình thành trí nhớ dài hạn, kết nối các kiến thức đã có lại với nhau, làm cho con người thông minh lên. Ngoài thời gian ngủ, trẻ con cần có thời gian chơi, thời gian tự học và tự đọc sách, học một cách "thòm thèm" chứ không học kiểu nhồi nhét.

1.4 Toán có nghĩa và toán vô nghĩa



Vì sao có những người, khi ở trường học toán toàn bị điểm kém, nhưng khi đi chợ hay bán hàng lại tính nhẩm nhanh như gió, xác định rất giỏi các thứ làm ăn sẽ lỗ lãi ra sao, v.v.? Đó là bởi vì, cái thứ toán mà họ phải dùng là "toán có nghĩa", và một khi nó có nghĩa với họ, thì họ trở nên quen thuộc với nó. Còn thứ toán ở trường học đối

với họ nhiều khi là toán "vô nghĩa", "thừa", "không dùng vào đâu cả", và do đó học không vào.

Một ví dụ là phép tính tích phân (có trong chương trình toán PTTH). Trong cuộc thăm dò ý kiến trên trang facebook của Sputnik Education (https://www.facebook.com/sputnikedu/) vào đầu năm 2014, hầu hết những người trả lời nói rằng họ chẳng cần dùng đến tích phân khi nào cả. Câu hỏi đặt ra là: dạy tích phân, số phức, v.v. trong chương trình phổ thông làm gì, nếu như chẳng mấy ai sau này dùng đến chúng? Trong thảo luận về cải cách giáo dục, đã có nhiều người nêu ra ý kiến nên bỏ những thứ này đi.

Không chỉ ở Việt Nam, mà trên thế giới có nhiều người, kể cả những bộ trưởng giáo dục, cho rằng chương trình toán phổ thông ở nước họ hiện nay quá nặng, quá thừa. Họ muốn cắt giảm bớt chương trình và số giờ học toán phổ thông đi, thậm chí đến một nửa, và thay vào đó là những môn học khác, ví dụ như môn chăn ngựa. Trong số các lý do họ đưa ra, ngoài chuyện nhiều thứ toán dạy ở phổ thông là không cần thiết, còn có thêm một lý do nữa là thời đại máy tính, các tính toán đã có máy tính là cho rồi, cần học toán nhiều làm gì nữa.

Cả hai lý do trên (đã có máy tính làm toán thay, và chương trình toán chứa nhiều thứ "vô dụng"), tuy thoạt nhìn có vẻ có lý, nhưng thực ra đều không hợp lý.

Học toán không chỉ đơn thuần là học mấy phép tính, mà còn là học nhiều kiến thức và kỹ năng quan trọng khác, như là khả năng suy luận lô-gích, chiến lược, phân biệt đúng sai, mô hình hóa các vấn đề, v.v. như đã bàn phía trên. Máy tính có thể giúp chúng ta tính toán, tra cứu, v.v., nhưng không thể *hiểu* thay chúng ta. Chúng ta vẫn cần

phải hiểu toán, để giao được đúng đầu bài cho máy tính thực hiện, và hiểu được đúng ý nghĩa của kết quả mà máy tính đưa ra. Và nếu lúc nào cũng phải ỷ lại vào máy tính thì con người sẽ ngày càng ngu đần đi, trở thành một thứ nô lệ mới.

Các khái niệm toán học trong chương trình phổ thông hiện tại nói chung thực ra đều là những khái niệm kinh điển, cơ bản và vạn năng, chứ không hề "vô nghĩa" tẹo nào. Việc chúng trở nên "vô nghĩa" không phải do lỗi của bản thân các khái niệm đó, mà là do cách dạy và cách học quá hình thức hoặc thiên về mẹo mức tính toán, mà không chú ý đến bản chất và và ứng dụng của các khái niệm. Thậm chí, theo tôi biết, có cả những người học toán đến bậc tiến sĩ rồi vẫn chưa hiểu bản chất của khái niệm tích phân.

Việc dạy và học toán theo lối "toán vô nghĩa" (không thấy công dụng đâu) có tác hại là làm cho nhiều người trở nên chán ghét môn toán, còn những người mà "thích nghi" được với lối học đó thì lại dễ bị tự kỷ hoặc hình thức chủ nghĩa.

Bởi vậy, cần tăng cường tìm hiểu về bản chất và ý nghĩa của các khái niệm khi học toán, về sự hình thành của chúng và các ứng dụng của chúng, lý do vì sao chúng tồn tại. Câu hỏi "nó dùng để làm gì" quan trọng hơn là câu hỏi "nó được định nghĩa thế nào". Có như vậy thì các kiến thức toán học mới trở nên có nghĩa và hữu dụng.

Quay lại ví dụ về khái niệm tích phân. Einstein có nói: "Chúa không quan tâm đến các khó khăn toán học của con người, bởi vì Chúa tính tích phân một cách thực nghiệm". Trong cuộc sống hàng ngày, nhiều khi chúng ta cũng "tính tích phân theo cách của Chúa", không phải là dùng công thức toán học được viết ra một cách chi li

hình thức, mà là bằng quan sát, ước lượng trực giác, v.v. Ví dụ như, khi chúng ta ước lượng diện tích của một cái nhà, thể tích của một thùng rượu, thời gian để làm việc gì đó, v.v., là chúng ta cũng "tính tích phân".

Tích phân chẳng qua là tổng của nhiều thành phần lại với nhau, với số thành phần có thể là vô hạn (chia nhỏ ra thành tổng của các thành phần "nhỏ li ti"), và là công cụ để tính toán hay ước lượng độ lớn của vạn vật: thể tích, diện tích, độ dài, vận tốc, trọng lượng, thời gian, tiền bạc, tăng trưởng dân số, bệnh dịch, v.v. Bản thân cái ký hiệu của phép lấy tích phân chính là chữ S kéo dài ra, mà S ở đây có nghĩa là summa (tổng).



Sách "Hiểu thế giới bằng toán học" của V.I. Arnold cho thấy ý nghĩa của toán học.

Khi học tích phân, quan trọng nhất là hiểu được ý tưởng *tích phân chẳng qua là tổng* và là công cụ để tính toán ước lượng các thứ qua các phép biến đổi. Đấy là một ý tưởng rất trong sáng, chẳng có gì khó khăn để hiểu nó. Nắm được ý tưởng đó, và biết được vài nguyên tắc cơ bản để biến đổi tích phân, là có thể coi là hiểu tích phân, chứ không cần phải học hàng trăm công thức tính các tích phân rắm rối loằng ngoằng (như

có trong một số sách cho học sinh phổ thông ở Việt Nam). Những công thức quá phức tạp đó rất hiếm khi dùng, và lúc nào cần dùng có thể tra cứu, nếu cứ phải học chúng thì đúng là sẽ dễ có cảm giác học phải cái vô dụng.

Khi mà không nắm được ý nghĩa của việc lấy tích phân, thì việc tính tính phân các phân thức như là cái máy, nhớ một đống các công thức tính tích phân sẽ hoàn toàn là phí thời gian vô ích. Đấy chính là một điều không may mà nhiều người gặp phải: học về các khái niệm toán học như là một thứ "thánh bảo vậy thì nó phải vậy", giáo điều mà không dùng được vào đâu.

Các mô hình tài chính hiện đại dùng toán hiện đại, không những chỉ là tính tích phân theo nghĩa thông thường nhiều người biết, mà là còn tính các tích phân ngẫu nhiên, là thứ toán học phát triển từ giữa thế kỷ 20. Chính vì vậy mà nhiều người gốc toán trở thành các "át chủ bài" của thị trường tài chính, và chương trình cao học tài chính ở các nơi có toán khá nặng. Có những sinh viên Việt Nam sau khi tốt nghiệp xuất sắc ở các trường kinh tế hay tài chính, được học bổng sang Pháp học cao học, bị "gẫy cầu" không theo được, một phần chính vì không thể nhai nổi phép tính tích phân ngẫu nhiên này, do không được chuẩn bị tốt kiến thức về toán.

1.5 Học chuyên và học trước chương trình?

Con người sinh ra bình đẳng với nhau, nhưng không giống nhau về năng khiếu bẩm sinh và môi trường phát triển. Khả năng về toán học của các trẻ em khác nhau vì vậy cũng khác nhau. Do đó không

thể có một chương trình chung nào thích hợp với toàn bộ trẻ em cùng lứa tuổi. Một chương trình chung có thể thích hợp với đa số các trẻ em, nhưng bên cạnh đó cần các chương trình đặc biệt dành cho các trẻ em có năng khiếu đặc biệt hoặc ngược lại có những khó khăn đặc biệt khi tiếp cận môn toán (hay những môn học khác).

Nếu một học sinh có năng khiếu đặc biệt về toán mà cứ phải học theo cùng tốc độ với các trẻ em có học lực trung bình thì ắt sẽ dẫn đến sự buồn chán và nguy cơ thui chột năng khiếu bẩm sinh. Một giải pháp khả dĩ là có thể học theo lớp chuyên toán (chương trình nâng cao), hoặc tự học (dưới sự hướng dẫn của ai đó) một chương trình nâng cao riêng về toán.

Chương trình chuyên / nâng cao như thế nào là thích hợp nhất? Nếu chương trình đó hướng học sinh giỏi toán lao vào các bài mẹo mực, dành quá nhiều thời gian vào các mẹo mực để thi học sinh giỏi cho "trúng tủ", thì không hay. Dù là chương trình thường hay chương trình chuyên, thì vẫn cần học những thứ cơ bản nhất, nhiều ứng dụng nhất, chứ không phải là các mẹo mực.

Một chương trình nâng cao khả dĩ chính là chương trình bình thường nhưng của năm trên. Ví dụ, học sinh lớp 6 có thể học chương trình toán của lớp 7, rồi lớp 8, v.v., thậm chí lớp 12 hoặc đại học, nếu đã nắm được vững chương trình của các lớp trước. Học như vậy đảm bảo về tính cơ bản, vì chương trình phổ thông thường về nguyên tắc được thiết kế sao cho bao gồm những kiến thức cơ bản nhất. Ngoài ra, nên bổ sung thêm (qua sách báo tham khảo, câu lạc bộ toán học, v.v.) những kiến thức thú vị mà học sinh có thể hiểu được nhưng không được đưa vào chương trình phổ thông chính thức.

1.6 Tự học là tốt, nhưng có thầy tốt hơn

Ở Việt Nam có tình trạng học sinh phải đi học quá nhiều, từ sáng đến đêm, hết học chính thức trên lớp lại đi học thêm. Việc đến lớp quá nhiều như vậy phản tác dụng: nó có nguy cơ làm cho trẻ trở nên mụ mẫm, thụ động, không có thời gian để tự suy nghĩ và tiêu hóa kiến thức, và cũng không có thời gian cho các hoạt động khác như ngủ, vui chơi, thể thao, âm nhạc, học làm việc nhà, v.v. cũng quan trọng cho sự phát triển. Một phần chính vì để tránh vấn nạn học thêm này mà nhiều người muốn cho con vào trường quốc tế hay đi "tị nạn giáo dục".

Ở một thái cực khác, thay vì xu hướng "nghe giảng quá nhiều, tự học quá ít" là xu hướng "để học sinh tự học là chính" mà một số người muốn đưa ra cho cải cách giáo dục. Theo xu hướng này thì giáo viên cũng không còn vai trò giảng bài nữa, mà chỉ còn vai trò "hướng dẫn học sinh tự sáng tạo khám phá tìm ra các kiến thức". Xu hướng này tuy tương đối mới ở Việt Nam nhưng đã xâm nhập vào các chương trình cải cách giáo dục ở các nước tiên tiến trên thế giới như Anh, Pháp từ nửa thế kỷ nay, dựa trên chủ thuyết "constructivisme" ("tự xây dựng kiến thức") của Jean Piaget, một người từng "làm mưa làm gió" trong giáo dục.

Theo chủ thuyết "constructivisme" của Piaget, thì học trò "tự xây dựng" các kiến thức của mình, thầy nói chung không giảng kiến thức mà chỉ gợi ý cách tìm. Chủ thuyết này, cùng với những câu nghe bùi tai như "lấy học trò làm trung tâm", và khoác chiếc áo "khoa học, đổi mới", đã nhanh chóng làm "mủi lòng" các quan chức giáo dục và các

chuyên gia giáo dục của nhiều nước. Tuy nhiên, kết quả nó đem lại hoàn toàn trái ngược với mong đợi: đầu tư cho giáo dục nhiều lên nhưng trình độ của học sinh giảm đi.

Ví dụ, ở Pháp, theo một báo cáo của Viện Hàn lâm Khoa học năm 2004[(2)], trong 30 năm kể từ thời điểm bắt đầu cải cách giáo dục ở Pháp theo hướng "constructivisme" vào những năm 1970, chương trình môn toán đã bị thụt đi 1,5 năm, tức là tính trung bình thì học sinh học đến lớp 12 ngày nay chỉ còn trình độ về môn toán bằng học sinh học lớp 10 thời những năm 1970! Trong khi đó thì sự phát triển của khoa học và công nghệ ngày càng đòi hỏi nhiều hiểu biết về toán.

Nhà toán học nổi tiếng Laurent Lafforgue cùng các tác giả khác có viết cả một quyển sách về bi kịch của nền giáo dục Pháp vào năm 2007: Laurent Lafforgue, Liliane Lurçat et Collectif, *La débâcle de l'école: une tragédie incomprise*, 09/2007. (Sự "đổ vỡ" của trường học: một bi kịch không được thấu hiểu).



Một trong các nguyên nhân chủ chốt mà Lafforgue đưa ra để giải thích tình trạng suy sút của nền giáo dục Pháp chính là: chủ thuyết "constructivisme"

(2)Xem: http://www.ihes.fr/ lafforgue/textes/SavoirsFondamentaux.pdf

của Jean Piaget khi được các nhà chức trách ép sử dụng đã phá hoại hệ thống giáo dục. Những người theo "constructivisme" quá chú trọng khía cạnh "tìm tòi sáng tạo" mà coi nhẹ khía cạnh "truyền đạt, luyện tập, tiếp thu bằng cách bắt chước làm theo", dẫn đến hậu quả là học sinh bị hổng kiến thức, thiếu nền tảng, và những kiến thức đơn giản nay bỗng biến thành phức tạp.

Không chỉ môn toán, mà các môn học khác ở Pháp cũng hứng chịu hậu quả nghiêm trong của chủ thuyết Piaget. Ví dụ, trong môn tiếng Pháp, thay vì dạy chia động từ như ngày xưa, với chủ thuyết "constructivisme" người ta bắt học sinh "quan sát những sự thay đổi trong dạng động từ". Hệ quả: một tỷ lệ khá lớn học sinh Pháp đến khi vào đại học cũng không biết chia động từ cho đúng. Trong môn lịch sử, kiến thức lịch sử trang bị cho học sinh thì hạn chế, nhưng lại đòi hỏi học sinh bình luận về các tài liệu cứ y như trẻ em là các nhà sử học. Kết quả là các "bình luận tự do" đó thực ra là các câu giáo điều đã được viết trước (bởi học sinh có biết gì đâu để mà bình luận). Môn lịch sử được dạy hời hợt đến mức học sinh lẫn lộn về thứ tự thời gian (chronology) của các sự kiện, kể cả các học sinh "khá" PTTH cũng không biết các hoàng đế Napoleon và Louis XIV ai sinh trước ai sinh sau.

Ở các nước khác chịu ảnh hưởng của Piaget, tình hình cũng tồi tương tự. Một nghiên cứu thống kê ở Canada (xem: http://www.ccl-cca.ca/pdfs/JARL/Jarl-Vol3Article1.pdf) cho thấy trong các phương pháp giảng dạy khác nhau thì phương pháp theo "constructivisme" là phương pháp luôn cho kết quả tồi tệ nhất. Ở Thuỵ Sĩ, quê hương của Piaget, người ta phải kêu trời rằng, nền giáo dục phổ thông của

Thuỵ Sĩ trước những năm 1970 được coi là mẫu mực thế, mà từ khi bị nhiễm “constructivisme” đã trở nên suy sút nặng.

Ở Việt Nam, có một số người muốn cải cách giáo dục theo hướng “constructivisme” của Piaget, coi nó như là “kinh thánh”, tô điểm thêm cho nó thành những lý thuyết với những cái tên rất kêu như là “công nghệ giáo dục”, nhưng về cơ bản thì tương tự như là những cái mà ở các nước khác người ta đã trải qua và đã và đang phải hứng chịu hậu quả. Các bậc phụ huynh và những người làm trong ngành giáo dục nên hết sức đề phòng chuyện này, không phải cái gì khoác áo “khoa học, công nghệ” cũng là khoa học, công nghệ, kể cả trong giáo dục.

Vì sao học theo kiểu “tự xây dựng kiến thức” lại chậm hơn nhiều so với có được nghe thầy giảng? Thực ra đây là một điều cơ bản mà từ xưa người ta đã biết, có điều một số học thuyết “lang băm” đã làm nhiều người quên đi mất điều cơ bản này.

Người Việt Nam có câu “Không thầy đố mày làm nên”. Người Trung Quốc có câu “Nghe thầy một giờ hơn tự mầy mò cả tháng”. Theo ước tính, trung bình học có thầy giảng giải nhanh gấp 3 lần so với tự học. Đặc biệt là đối với các học sinh có học lực trung bình, việc được nghe giải thích kiến thức một cách rõ ràng là rất cần thiết, trong khi chỉ có một tỷ lệ nhỏ các học sinh thông minh đặc biệt là có thể dễ dàng tự tìm ra các qui luật.

Có những người lầm tưởng rằng, kiến thức đã có sẵn trong sách vở hết rồi, thì cần gì thầy giảng cho nữa, cứ đọc là xong. Kiến thức ở trong sách không có nghĩa là nó có thể nhảy vào não một cách dễ dàng. Nếu không có người hướng dẫn, thì hoàn toàn có thể đọc mà

không hiểu, hoặc là tưởng mình đã hiểu tuy thực sự chưa hiểu gì, dẫn đến tẩu hoả nhập ma. Tệ hơn nữa, thì có thể đọc phải những sách nhảm nhí, sách viết sai, v.v.

Quá trình tự đi tìm ra kiến thức, tìm ra chân lý bao giờ cũng khó khăn lâu dài hơn là quá trình tiếp thu lại từ những người đã nắm được nó. Những kiến thức mà học sinh được học bây giờ là những thứ mà các nhà bác học của những thế kỷ trước phải mất cả đời người để tìm ra. Không thể bắt học sinh đi lại con đường khám phá đó, vì như thế sẽ mất quá nhiều thời gian. Và tất nhiên khi lãng phí quá nhiều thời gian tâm trí vào việc "phát minh lại cái bánh xe", học sinh sẽ không còn đủ thời gian để tiếp cận các kiến thức cần thiết khác.

Điều trên không có nghĩa là học sinh không nên nghiên cứu và sáng tạo. Nghiên cứu và sáng tạo cũng là cần thiết, nhưng phải dựa trên một nền tảng cơ sở đã có chứ không thể rỗng ruột mà nghiên cứu sáng tạo được cái hay ho. Để học nghiên cứu sáng tạo, thì những người thầy tốt nhất cho việc đó chính là những người đã nghiên cứu và sáng tạo: các nhà khoa học, nhà sáng chế, nghệ sĩ, v.v. (chứ không phải là những người dạy nghiên cứu mà bản thân chưa có công trình nghiên cứu quan trọng nào). Cũng chính bởi vậy mà để học văn và học tiếng, thì học sinh nên đọc các bài thơ, mẩu truyện hay của các nhà văn để nhờ đó mà thích học đọc, thấy được cái hay cái đẹp sự sáng tạo của ngôn ngữ chứ không phải ngay từ lớp một đã học các khái niệm ngôn ngữ phức tạp nhưng trên các ví dụ nhạt nhẽo vô nghĩa.

"Constructivisme" là kiểu "tự học là chính tuy có thầy đứng bên cạnh". Còn một kiểu tự học "oách hơn", là tự học không cần thầy. Ở

đây tôi không nói đến việc ôn bài hay làm bài tập về nhà, vì đó là những lúc tự học nhưng vẫn theo một chương trình có thầy hướng dẫn. Tôi muốn nói đến việc tự học mà không có thầy hướng dẫn, thì kết quả sẽ ra sao?

Có một vị giáo sư ở Việt Nam rất tự hào về việc mình "tự học thành tài", viết sách dày cả ngàn trang về việc tự học, với ví dụ chính là bản thân vị ấy. Tôi không nghi ngờ gì về sự thông minh của vị giáo sư này, và ngoài ra vị giáo sư này còn từng là một nhà quản lý khá thành công. Chỉ có điều đáng tiếc rằng, vị này hoàn toàn ảo tưởng về mình trong khoa học: vị tự coi mình là thiên tài khoa học, một trong mấy trăm bộ óc vĩ đại nhất của thế giới, sánh ngang tầm với các nhân vật lừng danh toàn cầu, trong khi công trình của vị chẳng được ai trên thế giới quan tâm trích dẫn. Đấy chính là một ví dụ về sự rủi ro của việc tự học mà không có người hướng dẫn: dễ bị "đâm vào ngõ cụt", dễ bị hoang tưởng về mình.

Bản thân tôi cũng từng tự học nhiều thứ, với các mức độ thành công hay thất bại khác nhau: từ học bơi, cho đến học thiên văn, tiếng Tàu, tiếng Anh, v.v. đều chủ yếu là tự học, không có thầy. Khi mới sang Pháp làm việc, tôi chẳng hề nói được một câu tiếng Pháp nào, và từ đó đến nay cũng chẳng đi học một giờ tiếng Pháp nào có người dạy, toàn tự học. Cả luận án tiến sĩ của tôi cũng là tự làm, không có người hướng dẫn. Nói thế không phải để khoe, mà để làm ví dụ cho thấy khả năng tự học của con người cũng không nhỏ.

Càng nhiều tuổi hay càng học lên cao chúng ta càng cần đến khả năng tự học, vì điều kiện để học có thầy có lớp càng ít đi, trong khi nhu cầu và niềm vui học tập ở tuổi nào cũng có. Nói thế không có

nghĩa là tự học thì tốt hơn là học có thầy hướng dẫn. Tôi đến lúc đi dạy học cho sinh viên vẫn thỉnh thoảng nói sai tiếng Pháp. Nếu có điều kiện về thời gian và tiền bạc để học tử tế thì chắc là tiếng Pháp của tôi đã tốt hơn nhiều chứ không "ngọng" như hiện tại.

Vậy, nếu không có được thầy, thì ta có thể làm thế nào để tự học cho hiệu quả? Sau đây là một số biên pháp tốt mà tôi biết:

Tìm thầy ở xa, ở trên mạng.

Ngày nay, trong thời đại internet, ngày càng có nhiều bài giảng hay của đủ các môn, của những người thầy giỏi nhất, có thể tìm đến mà xem. Đừng ngại tiếp cận trao đổi qua thư từ với những thầy ở xa có thể chỉ bảo cho mình. Các thầy giỏi thường là rất bận, nhưng nếu mình tỏ ra thành tâm thì cũng có những lúc sẽ dành được chút thời gian cho mình. Đối với một số môn học, có thể tìm thầy dạy trực tiếp qua mạng với giá cả phải chăng. Ví dụ, có thể học tiếng Tây Ban Nha một thầy (có tiếng mẹ đẻ là Tây Ban Nha) một trò qua skype với giá 10$/tiếng.

Tìm bạn thay thầy.

Tiếng Việt có câu "học thầy không tầy học bạn". Bạn bè, đồng nghiệp tương trợ được cho nhau rất nhiều trong chuyện học. Có những khi bạn giải thích lại dễ hiểu hơn thầy giải thích. Có thể kết bạn trên internet cho việc cùng học một cái gì đó cũng được. Việc đó càng ngày càng trở nên dễ dàng. Trong việc học tiếng, thì kết bạn, nói chuyện với những người bản xứ là một phương pháp rất hiệu quả.

Nhúng mình trong môi trường thuận lợi.

Học cái gì, mà xung quanh mình có nhiều thứ liên quan về cái đó,

thì sẽ vào hơn: sách vở, phim ảnh, đồ thí nghiệm, v.v. đều tốt

Không sợ sai.

"Ai không làm gì thì mới không bao giờ sai". Cứ làm đi, đừng sợ sai, trừ khi cái sai đó là cái sai gây tai hoạ cho người khác. Tất nhiên, cần phải quan sát kiểm tra để biết mình sai ở đâu mà còn sửa.

Làm từ từ, vừa làm vừa quan sát cảm nhận và suy nghĩ.

Khi học một cái gì mới, không nên vội vàng đòi kết quả nhanh. Nên làm từ từ (không có nghĩa là lười ít làm, mà là làm với tốc độ chậm), vừa làm vừa quan sát nghĩ ngợi để cảm nhận xem mình làm như thế có đúng không, sai ở đâu, v.v. Ví dụ như khi tự học bơi: có thể quan sát những người xung quanh bơi thế nào, rồi khi mình bơi thì làm các động tác thật từ từ, thử nhiều kiểu khác nhau, để cảm nhận và suy nghĩ xem động tác nào làm như thế nào thì bơi được, các cử động phải ăn khớp với nhau như thế nào, v.v. Sau khi đã làm chậm nhưng mà đúng rồi thì mới làm nhanh dần lên.

1.7 Thấy cây mà chẳng thấy rừng

Khi mới tốt nghiệp phổ thông vào năm 1985, tôi vớ được một cuốn sách nhan đề "Giải tích thực" của Natanzon. Cuốn sách đó chủ yếu viết về tính chất của các tập đo được (measurable) và các hàm đo được trên $\mathbb{R}$ và tích phân Lebesgue. Tôi khoái cuốn sách đó lắm, say sưa đọc nó từ đầu đến cuối, thuộc từng định lý. Khi hỏi một số thầy, được biết sách đó tương đương với "giải tích 3", dành cho những sinh viên toán năm trên của đại học, thì tôi lại càng khoái, cứ tưởng minh

sắp thành nhà toán học đến nơi, đi đâu nhìn thầy gì cũng nghĩ có thể "tích phân Lebesgue" nó được. Đến khi vào học đại học thật sự rồi, tôi vẫn bị ám ảnh bởi ảo tưởng đó, mà lơ là các môn học khác. Cho đến một lần, tình cờ tôi đọc một bài bình luận về cuốn sách của Natanzon, trong đó có một câu phê bình "thấy cây mà chẳng thấy rừng", và nhận ra rằng lâu nay mình vẫn bị mắc "bệnh" đó.

"Bệnh thấy cây mà chẳng thấy rừng" có lẽ là một trong những "bệnh" dễ mắc, hay như người ta nói, "có cái búa nhìn đâu cũng tưởng là đinh", hay tệ hơn thì thành "ếch ngồi đáy giếng", "dốt mà không biết mình dốt", biết được một cái gì đó đã lầm tưởng rằng cái đó là "tất cả" rồi, không biết được những cái khác nữa.

Những "nhà toán học nghiệp dư" ngày nay thường là những người yêu toán nhưng bị mắc phải "bệnh" tương tự như thấy cây mà chẳng thấy rừng: họ chỉ biết các kiến thức toán tương đối sơ cấp và cứ cố gắng loay hoay giải các bài toán với các kiến thức hạn hẹp đó, mà không tìm hiểu toán học hiện đại ra sao, các công cụ mới của toán học mạnh mẽ như thế nào.

Tất nhiên, xã hội ngày nay đòi hỏi sự chuyên môn hóa, mỗi người cần thật giỏi trong một lĩnh vực chuyên sâu của mình. Nhưng giỏi trong một lĩnh vực không có nghĩa là chỉ biết mỗi một thứ trong lĩnh vực đó thôi.

Toán học là một thể thống nhất, nhưng nó rất rộng, rất đa dạng, gồm nhiều mảng khác nhau, bổ sung hỗ trợ cho nhau. Chính sự đa dạng của toán học cho phép chúng ta có cái nhìn đa chiều đối với thế giới, tiếp cận một vấn đề từ nhiều hướng khác nhau, nhiều góc độ khác nhau, qua đó hiểu hơn vấn đề và tìm được lời giải tốt hơn.

Bởi vậy học toán, kể cả ở bậc phổ thông cũng như ở bậc đại học và nghiên cứu, nên học rộng chứ không chỉ bó hẹp vào mỗi một thứ nào đó, vì nếu như thế sẽ có cái nhìn phiến diện hạn hẹp về toán.

Để có thể học rộng, thì không nên mất quá nhiều thời giờ vào những thứ có tính tiểu tiết, mẹo mực, tuy có thể là thú vị nhưng sẽ rất ít khi dùng đến, mà nên dành thời gian cho những kiến thức cơ bản khác với công dụng lớn hơn. Tất nhiên, với một người mày mò tự học, như là đi lạc trong rừng, thì khó biết được đâu là những thứ cơ bản nhất quan trọng nhất và đâu là những tiểu tiết, và cũng chính vì thế mà việc có thầy tốt hướng dẫn là quan trọng.

1.8 Toán học và thuật toán

Nói một cách lý tưởng, việc học toán đem lại là khả năng suy nghĩ một cách chiến lược, thuật toán, khi gặp phải mọi tình huống mới trong cuộc sống và trong công việc, và đây chính là một trong các lý do quan trọng nhất vì sao nên học toán. Vấn đề thuật toán cũng chính là vấn đề trọng tâm của tin học (khoa học máy tính), và tin học cũng chính là "con đẻ" của toán học.

Tuy nhiên, hiện tại, ở Việt Nam cũng như trên thế giới, lối tiếp cận toán học theo kiểu chiến lược, thuật toán còn chưa được chú trọng đúng mức trong chương trình giáo dục phổ thông. Học sinh chỉ được học một số thuật toán (phương pháp giải bài) có sẵn rồi cứ thế dập khuôn giải các bài toán, mà không được học về cách phân tích thuật toán, tìm thuật toán, chiến lược giải quyết các vấn đề mới, và do đó mỗi khi gặp một vấn đề "lạ" là tắc tịt không biết phải làm thế nào,

dù cho vấn đề "lạ" đó thực ra không có gì phức tạp lắm.

Một ví dụ tiêu biểu cho khẳng định trên là hai bài cuối cùng (số 5 và số 6) của kỳ thi toán olympic quốc tế (IMO) năm 2014. Đây là hai bài hơi "lạ", và thế là hầu hết các thí sinh (tạm coi là những học sinh phổ thông giỏi toán nhất của toàn thế giới) "gẫy cầu" không giải được. Đoàn Việt Nam chỉ có hai bạn giải được bài số 5, và không bạn nào giải được bài số 6. Kết quả của hầu hết các đoàn khác cũng không khá hơn. Mặt khác, hai bài toán này chỉ dùng đến kiến thức toán lớp 6 chứ chẳng cần đến kiến thức PTTH, và lời giải của chúng cũng không có gì rắm rối, có thể viết trọn vẹn trong một trang giấy mỗi bài. Đây thật là một "nghich lý", và nó cho thấy việc dạy toán và học toán ở phổ thông hiện tại (kể cả ở các lớp chuyên toán) có lỗ hổng lớn.

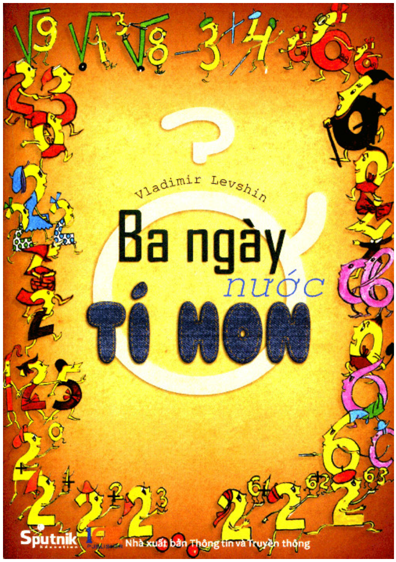
Đề bài số 5 của IMO2014 như sau:

Có một đống đồng xu có tổng mệnh giá nhỏ hơn hoặc bằng 99,5, sao cho mệnh giá của đồng xu nào cũng có dạng $1/n$ *với* n *là số tự nhiên. (Các đồng xu khác nhau có thể có mệnh giá khác nhau). Chứng minh rằng chia được đống đồng xu thành không quá 100 túi sao cho tổng mệnh giá của mỗi túi không vượt quá 1.*

Làm sao để tiếp cận một bài toán "lạ hoắc" như trên, với giả sử là bạn không "trúng tủ", chưa từng làm một bài rất tương tự như thế?

Một phương pháp tiếp cận chung gồm 4 bước sau (lặp di lặp lại nếu cần thiết), gọi tắt là QSTK : quan sát, suy luận, tính toán, kiểm tra. Bốn bước này chẳng phải do tôi nghĩ ra, mà là đã được đúc kết từ lâu, và được trình bày rất hay trong quyển sách "*Ba ngày ở nước Tí*

Hon”[3] nổi tiếng của Lëvshin.



Trong các bước quan sát và lý luận có việc quan sát các tương quan trong bài toán, làm thử các trường hợp riêng, dựa vào các trường hợp riêng để đưa ra các giả thuyết liên quan rồi xét các giả thuyết đó, biến đổi để đơn giản hóa bài toán, đưa về các dạng bài toán quen thuộc hơn hay dễ giải hơn.

Nhiều khi, tổng quát hóa cũng chính là một cách để đơn giản hóa. Nếu là vấn đề lớn, phức tạp, thì phải chia để trị, tức là làm sao chia nó ra thành các bước nhỏ hơn, giải quyết từng bước đó dễ dàng hơn là giải quyết toàn bộ vấn đề.

Có một người bạn của tôi, là chuyên gia máy tính, có nói với tôi một câu rất hay từ đầu những năm 1990: khi được giao một nhiệm vụ lập trình, lập trình viên nào mà ngồi vào hì hục viết chương trình ngay thì là lập trình viên tồi. Lập trình viên tốt trước khi viết chương trình thì phải quan sát, suy nghĩ đã. Trong toán hay trong nhiều lĩnh vực khác cũng vậy, trước khi “bổ củi” cần quan sát và suy luận để

[3] Bản dịch của Phan Tất Đắc có từ năm 1976. Bản dịch mới và chính xác hơn của Nguyễn Tiến Dũng do Sputnik Eduation phát hành từ năm 2015. Trong quyển “Nước Tí Hon” thì chữ K là “kết luận”, khi nói về các khám phá mới.

hình dung vấn đề.

Trong trường hợp bài toán số 5 trên, thì có thể quan sát ngay là số 99,5 gần với số 100. Từ đó ta có giả thuyết là nếu thay 99,5 và 100 bởi $N - 1/2$ và N trong đó N là số tự nhiên bất kỳ thì vẫn đúng. Nếu như bài toán chỉ đúng khi $N = 100$ chứ không đúng với N khác, khi đó thì bài toán chắc là khá phức tạp, nhưng đây là đề thi để học sinh có thể làm trong vòng một vài tiếng, không quá phức tạp được, nên giả thuyết là bài toán đúng với N bất kỳ là giả thuyết tương đối khả dĩ. Việc thay 100 bằng N tùy ý này cho phép chúng ta giả sử là không có đồng xu nào có mệnh giá 1. Thật vậy, nếu có m đồng có mệnh giá 1 thì cho các đồng đó vào m túi, còn lại $N = 100 - m$ túi và số tiền $\leq 99{,}5 - m = N - 1/2$.

Một bước lý luận thông dụng quan trọng là: ta cứ thử giải quyết vấn đề một cách "ngây thơ" nhất, để xem nó tắc ở chỗ nào, khó ở chỗ nào. Ở đây có nghĩa là, ta cứ thử bỏ dần tiền vào 100 túi, cho đến bao giờ bỏ được hết hoặc bị tắc không bỏ được nữa thì thôi. Nhưng khi nào thì có thể bị tắc? Đó là khi còn một đồng tiền mà cứ bỏ vào túi nào cũng khiến cho mệnh giá của túi đó vượt quá 1. Vì có N túi mà tổng tiền $\leq N - 1/2$, nên có túi có lượng tiền $\leq (N - 1/2)/N = 1 - 1/2N$. Điều đó có nghĩa là, nếu có đồng tiền còn lại không bỏ được vào túi nào, thì mệnh giá của nó phải lớn hơn $1/2N$. Cách giải quyết "ngây thơ" này cho ta quan sát sau, làm đơn giản hóa vấn đề: ta có thể giả sử tất cả các đồng tiền có mệnh giá $> 1/2N$, chứ không cần quan tâm đến các đồng tiền có mệnh giá $\leq 1/2N$ nữa. (Các đồng có mệnh giá $\leq 1/2N$ luôn có thể bỏ vào, sau khi đã giải quyết các đồng có mệnh giá $> 1/2N$).

Một bước lý luận thông dụng quan trọng khác là: làm sao *đơn giản hóa* bài toán, đưa về những trường hợp đơn giản nhất có thể (gọi là phương pháp reduction trong toán). Ở đây, có thể hiểu là có ít xu thì đơn giản, càng có nhiều xu thì phức tạp hơn. Như vậy, ta có thể tìm cách làm giảm số đồng xu. Có một cách hiển nhiên là: nếu có thể đổi hai hay nhiều đồng xu trong đống lấy một đồng xu khác (có mệnh giá bằng tổng mệnh giá của các đồng kia), thì ta đơn giản hóa được đống đồng xu: nếu giải được sau khi đã đổi, thì sau khi giải xong ta có thể đổi lại để có lời giải cho đống đồng xu ban đầu. (Thay vì đổi xu, có thể hình dung là buộc các đồng xu nhỏ vào nhau để tạo một đồng xu to hơn với mệnh giá vẫn có dạng $1/n$ cũng được). Cứ đổi xu để đơn giản hóa như vậy, ta đưa được bài toán về trường hợp mà không còn đổi xu được nữa.

Đến đây, bài toán đã đơn giản hóa đi đáng kể, vì ta chỉ còn cần xét trường hợp sau: tổng mệnh giá $\leq N - 1/2$, có N túi, không có đồng xu nào có mệnh giá bằng 1, không có một nhóm các đồng xu nào có thể đổi thành một đồng xu khác, và không có đồng xu nào có mệnh giá nhỏ hơn $1/2N$. Tất cả các trường hợp còn lại đều suy giản về được trường hợp này.

Bây giờ lại quan sát tiếp xem trường hợp cuối cùng này ra sao. Ta sẽ quan sát thấy là với mọi số tự nhiên k thì không có quá 1 đồng xu có mệnh giá $1/2k$ và không có quá $(2k - 2)$ đồng xu có mệnh giá $1/(2k-1)$ (vì sao thế?). Từ đó có cách xếp xu vào túi như sau: túi thứ k chứa các đồng xu mệnh giá $1/(2k-1)$ và $1/2k$, với $k = 1, \ldots, N$. (Bạn đọc hãy tự kiểm tra rằng cách này OK).

Tôi viết lời giải cho bài số 5 phía trên khá dài dòng để giải thích

quá trình suy nghĩ dẫn đến lời giải, còn tất nhiên khi viết thành lời giải "tròn trịa" thì có thể viết ngắn hơn nhiều. Nhìn từ quan điểm thuật toán, bài số 5 này thật ra khá đơn giản, vì chỉ sau vài bước lược giản hóa dễ thấy là đã đưa về được trường hợp chia được ngay thành các túi. Bạn nào học về lập trình máy tính chắc sẽ nghĩ ngay được cách viết chương trình chia xu dựa trên các bước phía trên.

Bài số 6 của IMO 2014 còn "lạ" hơn bài số 5 nữa. Đề bài như sau:

Giả sử có n đường thẳng trên mặt phẳng, sao cho không có 2 đường nào song song và không có 3 đường nào đồng qui. CMR có thể tô ít nhất $\sqrt{n}$ đường bằng màu xanh, sao cho không có miền bị chặn nào trên mặt phẳng có biên toàn là màu xanh.

Con số $\sqrt{n}$ trong đề bài có lẽ là con số gây hoang mang, bởi thoạt nhìn chẳng biết nó từ đâu ra. Số các điểm cắt nhau của các đường là $n(n-1)/2$, còn số các miền bị chặn thì là $(n-1)(n-2)/2$, tức là đều so được với n^2, chứ chẳng có cái gì trên mặt phẳng có số lượng dạng $\sqrt{n}$. Những hoang mang như vậy có thể ảnh hưởng xấu đến tâm lý, khiến việc tìm lời giải trở nên khó khăn hơn.

Bỏ qua các hoang mang, ta cứ thử làm một thuật toán "ngây thơ" để giải quyết vấn đề tô màu, xem nó sẽ gặp khó khăn bế tắc ở đâu. Thuật toán ngây thơ đó là: đầu tiên ta tô một đường bất kỳ màu xanh. Sau đó cứ còn tô được thêm đường màu xanh (sao cho không có miền bị chặn nào trên mặt phẳng có biên toàn là màu xanh) thì tô tiếp, còn đến lúc không tô được thêm nữa thì dừng lại. Gọi số đường tô được lúc dừng lại là k. Nếu thuật toán đơn giản này mà OK, thì tức là ta có $k^2 \geq n$. Như vậy, nếu ta chứng minh dược $k^2 \geq n$ thì OK.

Một phương pháp chứng minh thông dụng là dùng phản chứng.

Tức là ta sẽ chứng minh rằng, nếu đã tô được k đường, và $n > k^2$, thì còn tô thêm được đường nữa. Để chứng minh điều đó, chỉ cần chứng minh rằng số đường cấm không vượt quá $k^2 - k = k(k-1)$. Đường cấm tức là đường mà nếu tô nó thì sẽ có miền bị chặn với biên toàn màu xanh.

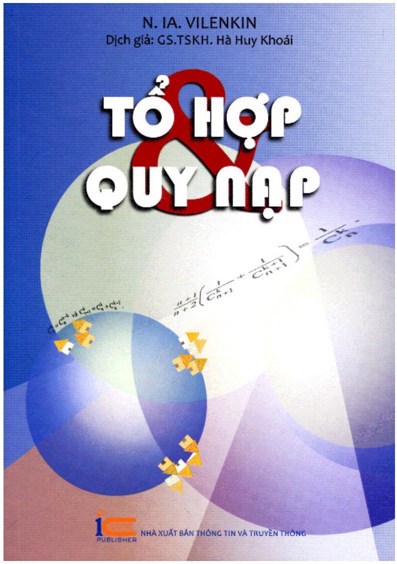
Bây giờ lại vận dụng nhận xét sau: số điểm nút xanh (= giao điểm của các đường xanh) là $k(k-1)/2$, nên nếu ta làm sao thiết lập quan hệ được giữa các đường cấm và các nút xanh, kiểu "đương cấm nào cũng cho bởi nút xanh, và mỗi nút xanh không cho quá 2 đường xanh" thì là OK. Ý tưởng là như vậy. Đi vào cụ thể hơn, thì quan hệ sẽ là: mỗi đường cấm ứng với ít nhất 2 đoạn cấm (1 đoạn cấm là một đoạn màu xanh đi từ 1 nút xanh đến đường cấm), còn từ mỗi nút xanh chỉ đi ra được nhiều nhất là 4 đoạn cấm thôi. Và lời giải đến đây gần như là kết thúc (bạn đọc có thể tự viết lại lời giải hoàn chỉnh, sẽ không quá 1 trang giấy).

Đấy là chuyện thi toán quốc tế. Quay lại chuyện dạy toán và học toán "bình thường". Mọi thứ trong toán học, khi ta nhìn từ quan điểm thuật toán, sẽ sáng sủa lên nhiều, và cách nhìn đó cũng cho phép chúng ta đánh giá cái gì là cơ bản hơn, là cần thiết hơn.

GS Phùng Hồ Hải gần đây có chỉ ra rằng thuật toán Euclid, một trong những thứ kinh điển và cơ bản nhất của toán học, không được chú trọng đúng mức trong chương trình toán PTCS, dẫn đến sự "vòng vo" trong chứng minh một số định lý. Cách lấy ước số chung lớn nhất của hai số một cách tự nhiên và hiệu quả nhất là cách dùng thuật toán Euclid, nhưng thay vì dùng cách đó, học sinh được học là cần phân tích ra thừa số nguyên tố để lấy ước chung lớn nhất (là cách

phức tạp hơn từ quan điểm thuật toán).

Trong năm học 2013-2014, tôi có dạy toán cho một lớp đại học năm thứ nhất chuyên ngành tin học, thay cho một đồng nghiệp nghỉ đẻ. Một số bạn sinh viên phàn nàn với tôi là chương trình toán chán quá, chẳng thấy liên quan gì đến tin học. Mà đúng thế thật, tôi đọc chương trình cũng thấy chán. Nhưng tôi chỉ là "lính đánh thuê" chứ không soạn chương trình nên không thay đổi được nó. Cái mà tôi cố gắng làm để "bù trừ" lại là giải thích thêm cho các sinh viên những khái niệm mà họ học chính là các thuật toán có ý nghĩa ra sao.



Một quyển sách Sputnik có bàn nhiều về thuật toán

Ví dụ như, công thức nội suy Lagrange chính là thuật toán để vẽ đường cong "đơn giản nhất, đẹp mắt nhất" đi qua một số điểm cho trước, và khi người ta thiết kế ô tô, tàu bay thì thay vì vẽ toàn bộ các điểm người ta chỉ cần vẽ ít điểm thôi rồi nội suy ra các điểm còn lại theo kiểu công thức đó. Hay như chuỗi Taylor để làm gì? Nó cũng chính là thuật toán cho phép chúng ta tính xấp xỉ một cách rất chính xác các giá trị của các hàm phức tạp, v.v. Chẳng hạn, ta có thể tính nhẩm bằng tay các số như e, sin(1), v.v. với độ chính xác rất cao mà

không cần máy tính. (Máy tính cũng dùng các thuật toán như ta tính nhẩm thôi).

Khi học sinh sinh viên (đặc biệt là sinh viên tin học) được giải thích ý nghĩa thuật toán của các khái niệm toán học, thì họ cũng phấn khởi lên. Đối với sinh viên sinh vật, hóa học, v.v. thì có thể cần dạy hơi khác đi, với nhiều minh họa ứng dụng toán học trong ngành của họ hơn, ví dụ như tại sao lại dùng hàm lũy thừa khi khảo sát dân số, v.v. Cuối cùng thì toán học vẫn là một tổng hợp các công cụ để mô hình hóa và các thuật toán để giải quyết các vấn đề nảy sinh trong mọi lĩnh vực, chứ không phải là một mớ khái niệm "từ trên trời rơi xuống".

Chương 2

Một số điều nên và không nên khi dạy toán

2.1 Hiểu và nhớ

Nên:Dạy và kiểm tra kiến thức học sinh theo lối "học để hiểu".

Không nên: Tạo cho học sinh thói quen học vẹt, chỉ nhớ mà không hiểu.

Các nhà giáo dục học và thần kinh học trên thế giới đã làm nhiều phân tích và thí nghiệm cho thấy, khi bộ óc con người "hiểu" một cái gì đó (tức là có thể "make sense" cái đó, liên tưởng được với những kiến thức và thông tin khác đã có sẵn trong não) thì dễ nhớ nó (do thiết lập được nhiều "dây nối" liên quan đến kiến thức đó trong mạng thần kinh của não — một neuron thần kinh có thể có hàng chục nghìn dây nối đến các neuron khác), còn khi chỉ cố nhồi nhét các thông tin

riêng lẻ vào não (kiểu học vẹt) mà không liên hệ được với các kiến thức khác đã có trong não, thì thông tin đó rất khó nhớ, dễ bị não đào thải.

Thực ra thì môn học nào cũng cần "hiểu" và "nhớ", tuy rằng tỷ lệ giữa "hiểu" và "nhớ" giữa các môn khác nhau có khác nhau. Ví dụ như ngoại ngữ thì không có gì phức tạp khó hiểu lắm nhưng cần nhớ nhiều (tất nhiên để nhớ được các câu chữ ngoại ngữ thì cũng phải liên tưởng được các câu chữ đó với hình ảnh hay ỹ nghĩa của chúng và với những thứ khác có trong não), còn toán học thì ngược lại: không cần nhớ nhiều lắm, nhưng phải hiểu được các kiến thức, và quá trình hiểu đó đòi hỏi nhiều công sức thời gian.

Có những công thức và định nghĩa toán mà nếu chúng ta quên đi chúng ta vẫn có thể tự tìm lại được và dùng được nếu đã hiểu bản chất của công thức và định nghĩa đó, còn nếu chúng ta chỉ nhớ công thức và định nghĩa đó như con vẹt mà không hiểu nó, thì cũng không dùng được nó, và như vậy thì cũng không hơn gì người chưa từng biết nó. Ví dụ như công thức tính Christoffel symbol cho liên thông Riemann của một metric Riemann (trong hình học cao cấp) là một công thức hơi dài, và tôi chẳng bao giờ nhớ được chính xác nó lâu tuy "mang tiếng" là người làm hình học vi phân: cứ mỗi lần đụng đến thì xem lại, nhớ được một lúc, rồi lại quên. Nhưng điều đó không làm tôi băn khoăn, vì tôi hiểu bản chất của Christoffel symbol và các tính chất cơ bản của liên thông Riemann, từ đó có thể tự nghĩ ra lại được công thức nếu cần thiết (tốn một vài phút) hoặc tra trên internet ra ngay.

Học sinh và sinh viên ngày nay (là những chuyên gia của ngày

mai) có thể tra cứu rất nhanh mọi định nghĩa, công thức, v.v., nhưng để hiểu chúng thì vẫn phải tự hiểu, không có máy móc nào hiểu hộ được. Khi mới làm giáo sư, theo thông lệ của những người dạy trước tôi, tôi thường không cho phép sinh viên mang tài liệu vào phòng thi trong các kỳ thi cuối học kỳ, và đề bài thi hay có 1 câu hỏi lý thuyết (tức là phát biểu đúng một định nghĩa hay định lý gì đó thì được điểm). Nhưng trong thời đại mới, việc nhớ y nguyên các định nghĩa và định lý có ít giá trị, mà cái chính là phải hiểu để mà sử dụng được chúng. Bởi vậy những năm gần đây, trong các kỳ thi tôi dần dần cho phép học sinh mang bất cứ tài liệu nào vào phòng thi, và đề thi không còn các câu hỏi "phát biểu định lý" nữa. Thay vào đó là những bài tập (tương đối đơn giản, và thường gần giống các bài có trong các tài liệu nhưng đã thay tham số) để kiểm tra xem học sinh có hiểu và sử dụng được các kiến thức cơ bản không.

Về mặt hình thức, chương trình học ở Việt Nam (kể cả bậc phổ thông lẫn bậc đại học) khá nặng, nhưng là nặng về "nhớ" mà nhẹ về "hiểu", và trình độ trung bình của học sinh Việt Nam thì yếu so với thế giới. (Tất nhiên vẫn có học sinh rất giỏi, nhưng tỷ lệ học sinh giỏi thực sự rất ít, và cũng khó so được với giỏi của phương Tây). Vấn đề không phải là do người Việt Nam sinh ra kém thông minh, mà là do điều kiện và phương pháp giáo dục, chứ trẻ em gốc Việt Nam lớn lên ở nước ngoài thường là thành công trong đường học hành. Hiện tượng rất phổ biến ở Việt Nam là học sinh học thuộc lòng các "kiến thức" trước mỗi kỳ kiểm tra, rồi sau khi kiểm tra xong thì "chữ thầy trả thầy". Việt Nam rất cần cải cách chương trình giáo dục theo hướng tăng sự "hiểu" lên, và giảm sự "học gạo", "nhớ như con vẹt".

Tôi có phỏng vấn nhiều sinh viên tốt nghiệp loại giỏi ngành toán ở Việt Nam, nhưng khi hỏi một số kiến thức khá cơ bản thì nhiều em lại không biết. Lỗi không phải tại các em mà có lẽ tại hệ thống giáo dục. Nhiều thầy cô giáo chỉ khuyến khích học sinh làm bài kiểm tra giống hệt lời giải mẫu của mình, chứ làm kiểu khác đi, tuy có thể thú vị hơn cách của thầy thì có khi lại bị trừ điểm. Tôi đã chứng kiến trường hợp sinh viên chỉ đạt điểm thi 7-8 lại giỏi hơn sinh viên đạt điểm thi 9-10 vì kiểu chấm thi như vậy. Kiểu chấm điểm như thế chỉ khuyến khích học vẹt chứ không khuyến khích sự sáng tạo hiểu biết.

2.2 Cơ bản và nhiều công dụng

Nên: Dạy những cái cơ bản nhất, nhiều công dụng nhất.

Không nên: Mất nhiều thời giờ vào những thứ ít dùng đến.

Trên đời có rất nhiều cái để học, trong khi thời gian và sức lực của chúng ta có hạn, và bởi vậy chúng ta luôn phải lựa chọn xem nên học (hay dạy học) cái gì. Nếu chúng ta phung phí quá nhiều thời gian vào những cái ít công dụng (hoặc thậm chí phản tác dụng, ví dụ như những lý thuyết về chính trị hay kinh tế trái ngược với thực tế), thì sẽ không còn đủ thời gian để học (hay dạy học) những cái quan trọng hơn, hữu ích hơn.

Tất nhiên, mức độ "quan trọng, hữu ích" của từng kiến thức đối với mỗi người khác nhau thì khác nhau, và phụ thuộc vào nhiều yếu tố như thời gian, hoàn cảnh, sở trường, v.v. Ví dụ như học nói và viết tiếng Việt cho đàng hoàng là không thể thiếu với người Việt, nhưng không cần thiết với người Nga. Những người muốn làm nghề toán thì

phải học nhiều về toán, còn sinh viên đại học các ngành khác nói chỉ cần học một số kiến thức toán cao cấp cơ bản nhất mà sẽ cần trong công việc của họ. Những người muốn làm toán ứng dụng, thì ngoài các môn toán, cần phải học các môn mà họ định mang toán ứng dụng vào đó.

Ngay trong các môn toán, không phải các kiến thức nào cũng quan trọng như nhau. Và "độ quan trọng" và "độ phức tạp" là hai khái niệm khác nhau: không phải cái gì quan trọng cũng phức tạp khó hiểu, và không phải cái gì rắm rối khó hiểu cũng quan trọng. Giáo viên cần tránh dẫn dắt học sinh lao đầu vào những cái rắm rối phức tạp nhưng ít công dụng. Thay vào đó, cần dành nhiều thời gian cho những cái cơ bản, nhiều công dụng nhất. Nếu là cái vừa cơ bản và vừa khó, thì lại càng cần dành đủ thời gian cho nó, vì khí nắm bắt được nó tức là nắm bắt được một công cụ mạnh.

Một ví dụ là đạo hàm và tích phân. Đây là những khái niệm cơ bản vô cùng quan trọng trong toán học. Học sinh cần hiểu định nghĩa, bản chất và công dụng của chúng, và nắm được một số nguyên tắc cơ bản và công thức đơn giản, ví dụ như nguyên tắc Leibniz cho đạo hàm của một tích, hay công thức "đạo hàm của sin x bằng cos x". Tuy nhiên nếu bắt học sinh học thuộc hàng trăm công thức tính đạo hàm và tích phân khách nhau, thì sẽ tốn thời gian vô ích vì phần lớn các công thức thức đó sẽ không dùng đến sau này, hoặc nếu dùng đến thì có thể tra cứu được dễ dàng.

Một lần tôi thấy có một sách tiếng Việt về tính tích phân cho học sinh, dày hơn 150 trang, với rất nhiều công thức phức tạp dài dòng (ví dụ như công thức tính tính phân của một hàm số có dạng thương

của hai biểu thức lượng giác), mà ngay những người làm toán chuyên nghiệp cũng rất hiếm khi cần đến. Thay vì tốn nhiều thời gian vào những công thức phức tạp mà không cần dùng đó, học những thứ cơ bản khác sẽ có ích hơn.

Một lần nhà xuất bản Springer có lần nhờ tôi làm phản biện cho một quyển sách về hình học vi phân và ứng dụng. Tôi đã khuyên Springer không in sách đó, và một trong các lý do là quyển sách chứa quá nhiều khái niệm mà ngay sách đó cũng không dùng đến. Ví dụ như khái niệm "không gian Lindeloff" được đưa vào ở chương đầu, phát biểu thành một định nghĩa có đánh số hẳn hoi (chứ không phải là chỉ nhắc qua nó trong một ghi chú), nhưng không dùng đến nó chỗ nào trong sách, tôi không hiểu người viết sách đưa định nghĩa đó vào trong sách để làm gì.

Một ví dụ khác: các bất đẳng thức. Có những bất đẳng thức "có tên tuổi", không phải vì nó "khó", mà là vì nó có ý nghĩa (nó xuất hiện trong các vấn đề hình học, số học, phương trình vi phân, v.v.). Chứ nếu học một đống hàng ngàn bất đẳng thức mà không biết chúng dùng để làm gì, thì khá là phí thời gian. Phần lớn các bất đẳng thức (không kể các bất đẳng thức có tính tổ hợp) có thể được chứng minh khá dễ dàng bằng một phương pháp cơ bản, là phương pháp dùng đạo hàm hoặc sai phân. Thay vì học phương pháp đa năng này, học sinh lại mất quá nhiều thời gian với các kiểu mẹo mực để chứng minh bất đẳng thức.

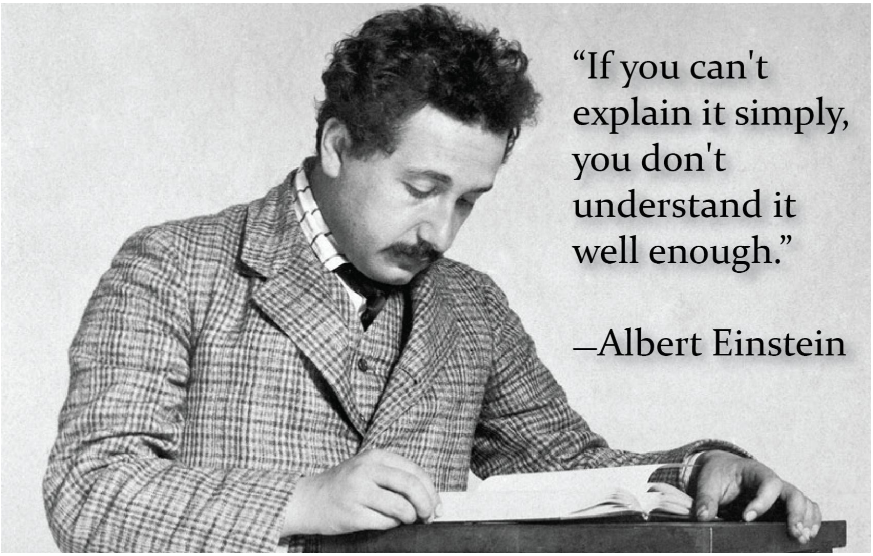
Các mẹo mực có ít công dụng, chỉ dùng được cho bài toán này nhưng không dùng được cho bài toán khác (bởi vậy mới là "mẹo mực" chứ không phải "phương pháp"). "Mẹo mực" có thể làm cho

cuộc sống thêm phong phú, nhưng nếu mất quá nhiều thời gian vào "mẹo mực" thì không còn thời gian cho những cái cơ bản hơn, giúp tiến xa hơn. Như là trong công nghệ, có cải tiến cái đèn dầu đến mấy thì nó cũng không thể trở thành đèn điện.

Hồi còn nhỏ, có lần tôi đi thi học sinh giỏi (lớp 6?), có bài toán tìm cực đại. Tôi và một số bạn cùng lớp dùng đạo hàm tính ngay ra điểm cực đại. Cách làm đó là do chúng tôi tự đọc sách mà ra chứ không được dạy. Nhưng khi viết lời giải thì lại phải giả vờ "đoán mò" điểm cực đại, rồi viết hàm số dưới dạng một số (giá trị tại điểm đó) cộng với một biểu thức hiển nhiên là không âm (ví dụ như vì có dạng bình phương) thì mới được điểm, chứ nếu viết đạo hàm thì mất hết điểm. Nếu như thầy giáo trừ điểm học sinh, vì học sinh giải bài thi bằng một phương pháp "cơ bản" nhưng "không có trong sách thầy", thì điều đó sẽ góp phần làm cho học sinh học mẹo mực, thiếu cơ bản.

Qua phỏng vấn một số sinh viên đại học và cao học ngành toán của Việt Nam, tôi thấy họ được học nhiều môn "cao cấp", nhưng vẫn thiếu kiến thức cơ bản. Ví dụ như họ học giải tích hàm, với những định lý trừu tượng khá là khó. Nhưng họ lại không biết công thức Parceval cho chuỗi Fourier là gì, trong khi chuỗi Fourier là một trong những khái niệm giải tích cơ bản và nhiều ứng dụng nhất của toán. Tôi không có ý nói giải tích hàm là "không cơ bản". Nó là thứ cần thiết. Nhưng nếu những khái niệm và định lý của giải tích hàm chỉ được học một cách hình thức, không có liên hệ với chuỗi Fourier hay với các ví dụ cụ thể khác, thì đó là học "trên mây trên gió".

2.3 Giải thích sao cho dễ hiểu



Nên: Giải thích bản chất và công dụng của các khái niệm mới một cách trực giác, đơn giản nhất có thể, dựa trên sự liên tưởng tới những cái mà học sinh đã từng biết.

Không nên: Đưa ra các khái niệm mới bằng các định nghĩa hình thức, phức tạp, tối nghĩa.

Albert Einstein có nói đại ý: "Điều gì mà bạn không thể giải thích cho một đứa trẻ hiểu được, thì tức là bản thân bạn chưa hiểu rõ điều đó". Các khái niệm toán học quan trọng đều có mục đích và ý nghĩa khi chúng được tạo ra. Và không có một khái niệm toán học quan trọng nào mà bản thân nó quá khó đến mức không thể hiểu được. Nó chỉ trở nên quá khó trong hai trường hợp:

1) Người học chưa có đủ kiến thức chuẩn bị trước khi học khái niệm đó;

2) Nó được giải thích một cách quá hình thức, rắm rối khó hiểu.

Trong trường hợp thứ nhất, người học phải được hướng tới học những kiến thức chuẩn bị (ví dụ như trước khi học về các quá trình ngẫu nhiên phải có kiến thức cơ sở về xác suất và giải tích). Trong trường hợp thứ hai, lỗi thuộc về người dạy học và người viết sách dùng để học.

Các nghiên cứu về thần kinh học (neuroscience) cho thấy bộ nhớ "ngắn hạn" của não rất nhỏ (mỗi lúc chỉ chứa được khoảng 7 đơn vị thông tin), còn bộ nhớ dài hạn hơn thì chạy chậm. Thế nào là một đơn vị thông tin? Tôi không có định nghĩa chính xác ở đây, nhưng ví dụ như dòng chữ "TON CHEVAL EST BANAL" đối với một người Pháp thì nó là một câu tiếng Pháp chỉ chứa không quá 4 đơn vị thông tin, rất dễ nhớ, trong khi đối với một người Việt không biết tiếng Pháp thì dòng chữ đó chứa đến hàng chục đơn vị thông tin – mỗi chữ cái là một đơn vị thông tin – rất khó nhớ. Một định nghĩa toán học, nếu quá dài và chứa quá nhiều đơn vị thông tin mới trong đó, thì học sinh sẽ rất khó khăn để hình dung toàn bộ định nghĩa đó, và như thế thì cũng rất khó hiểu định nghĩa.

Muốn cho học sinh hiểu được một khái niệm mới, thì cần phát biểu nó một cách sao cho nó dùng đến một lượng đơn vị thông tin mới ít nhất có thể (không quá 7?). Để giảm thiểu lượng đơn vị thông tin mới, cần vận dụng, liên tưởng tới những cái mà học sinh đã biết, dễ hình dung. Đấy cũng là cách mà các "cha đạo" giảng đạo cho "con chiên": dùng ngôn ngữ giản dị, mà con chiên có thể hiểu được, để

giảng giải những "tư tưởng lớn". Khi có một khái niệm mới rất phức tạp, thì phải "chặt" nó thành các khái niệm nhỏ đơn giản hơn, dạy học các khái niệm đơn giản hơn trước, rồi xây dựng khái niệm phức tạp trên cơ sở các khái niệm đơn giản hơn đó (sau khi đã biến mỗi khái niệm đơn giản hơn thành "một đơn vị thông tin").

Nói theo nhà toán học nổi tiếng V.I. Arnold, thì một định nghĩa tốt là 5 ví dụ tốt. Định nghĩa nào mà không có ví dụ minh họa thì "đáng ngờ". Đi kèm với những khái niệm mới, định nghĩa mới, luôn cần những ví dụ minh họa (hay bài tập) cụ thể để thể hiện bản chất, ý nghĩa của khái niệm, định nghĩa đó. Chẳng hạn như khái niệm đa tạp. Ví dụ minh họa tiêu biểu nhất (và vì sao có từ "atlas" (tệp bản độ) trong định nghĩa đa tạp) chính là bề mặt trái đất (hình dung như mặt cầu) cùng với một tệp bản đồ phủ toàn bộ trái đất. Một ví dụ tự nhiên khác của đa tạp, là tập tất cả các trạng thái vị trí của một vật thể (ví dụ như một cái máy bay: nó nằm ở đâu, độ cao bao nhiêu, quay hướng nào, nghiêng bao nhiêu, v.v.). Nếu định nghĩa một cấu trúc đa tạp là "một lớp tương đương của các atlas" thì đúng về mặt hình thức toán học, nhưng rắm rối khó hiểu, trong thực tế chỉ cần một atlas là đủ.

Có những khái niệm toán học "rất khó hiểu", không phải vì bản thân nó "quá khó hiểu", mà là bởi vì nó được trình bầy một cách rắm rối tối nghĩa. Một ví dụ tiêu biểu là dãy phổ (spectral sequence) trong đại số đồng điều và topo đại số, mà ngay trong số những người làm toán chuyên nghiệp cũng có rất nhiều người không hiểu nó. Phần lớn các sách khi viết về dãy phổ thì "bỏ bom" cho người đọc một dãy ma trận E^n_{pq} và một "phép phù thủy" để chuyển từ E^n sang E^{n+1}, mà

không giải thích được rõ ràng tại sao. Trong khi đó, các ý tưởng xuất phát điểm của dãy phổ thực ra rất là trong sáng, và nếu đi theo các ý tưởng đó một cách tự nhiên để tìm ra dãy phổ thì sẽ thấy dãy phổ không có gì khó hiểu. (Khi có một lọc (filtration) thì đối đồng điều có thể được chặt ra nhiều khúc nhỏ bằng lọc đó, và có thể tính từng khúc nhỏ qua phương pháp "gần đúng", khi lấy giới hạn thì được phép tính chính xác – "phép phù thủy" nhắc đến lúc trước chẳng qua là một phép chiếu tự nhiên lên các không gian gần đúng khác nhau).

Bản thân tôi khi đọc các tài liệu toán cũng rất vất vả chật vật để hiểu các khái niệm trong đó, và tất nhiên có nhiều khái niệm đến bây giờ tôi vẫn không hiểu và có thể sẽ không bao giờ hiểu. Có những khi hiểu ra rồi thì lại thấy "nó đơn giản mà tại sao người ta viết nó rắm rối thế". Một đồng nghiệp của tôi kể: đọc các sách về cơ học cổ điển, không hiểu gì hết, cho đến khi đọc quyển sách của ông Arnold thì mới hiểu, vì ông ta viết cũng từng đấy thứ như trong các sách khác, nhưng sáng sủa hơn hẳn. Nhiều sách trong các môn toán khác cũng ở tình trạng tương tự.

Trên thế giới, có nhiều người mà dường như "nghề" của họ là biến cái dễ hiểu thành cái khó hiểu, biến cái đơn giản thành cái rối ren. Những người làm quảng cáo, thì khiến cho người tiêu dùng không phân biệt nổi hàng nào là tốt thật nữa. Những người làm thuế, thì đẻ ra một bộ thuế rắm rối người thường không hiểu nổi, với một tỷ lỗ hổng trong đó, v.v. Ngay trong khoa học, có những người có quan niệm rằng cứ phải "phức tạp hóa" thì mới "quan trọng". Thay vì nói "Vô va rửa tay" thì họ nói "có một phần tử người, mà ảnh qua ánh xạ tên gọi là Vô va, tại một thời điểm T, làm một động tác biến đổi trạng

thái của tay từ phạm trù A sang phạm trù B ...". Nhưng mà một người thầy thực sự thì phải làm cho những cái khó hiểu trở nên dễ hiểu đối với học trò.

2.4 Câu hỏi "Để làm gì?"

Nên: Luôn luôn quan tâm đến câu hỏi "để làm gì?".

Không nên: Không cho học sinh biết họ học những thứ giảng viên dạy để làm gì, hay tệ hơn là bản thân giảng viên cũng không biết để làm gì.

Quá trình học (tiếp thu thông tin, kiến thức và kỹ năng mới) là một quá trình tự nhiên và liên tục của con người trong suốt cuộc đời, xảy ra ở mọi nơi mọi lúc (ngay cả giấc ngủ cũng góp phần trong việc học) chứ không phải chỉ ở trường hay khi làm bài tập về nhà. Những cái mà bộ não chúng ta tiếp thu nhanh nhất là những cái mà chúng ta thấy thích, và/hoặc thấy dễ hiểu, và/hoặc thấy quan trọng. Ngược lại, những cái mà chúng ta thấy nhàm chán, vô nghĩa, không quan trọng, sẽ bị bộ não đào thải không giữ lại, dù có cố nhồi vào.

Bởi vậy, muốn cho học sinh tiếp thu tốt một kiến thức nào đó, cần làm cho học sinh có được ít nhất một trong mấy điều sau: 1) thích thú tò mò tìm hiểu kiến thức đó; 2) thấy cái đó là có nghĩa (liên hệ được nhiều với những hiểu biết và thông tin khác mà học sinh đã có trong đầu); 3) thấy cái đó là quan trọng (cần thiết, có nhiều ứng dụng). Tất nhiên 3 điểm này liên quan tới nhau. Ở đây tôi chủ yếu nói đến điểm thứ 3, tức là làm sao để học sinh thấy rằng những cái họ được học là quan trọng, cần thiết.

Một kiến thức đáng học là một kiến thức có ích gì đó, "để làm gì đó". Nếu như học sinh học một kiến thứ với lý do duy nhất là "để thi đỗ" chứ không còn lý do nào khác, thì khi thi đỗ xong rồi kiến thức sẽ dễ bị đào thải khỏi não. Những môn thực sự đáng học, là những môn, mà kể cả nếu không phải thi, học sinh vẫn muốn được học, vì nó đem lại sự hiểu biết mà học sinh muốn có được và những kỹ năng cần cho cuộc sống và công việc của học sinh sau này. Còn những môn mà học "chỉ để thi đỗ" có lẽ là những môn không đáng học.

Cũng may là phần lớn giảng viên không rơi vào tình trạng "dạy môn không đáng học", mà là dạy môn học đáng học, với một chương trình gồm các kiến thức đáng học. Tuy nhiên, giảng viên có thể biết là "học chúng để làm gì", "vì sao đáng học", trong khi mà học sinh chưa chắc đã biết. Chính bởi vậy luôn cần đặt câu hỏi "để làm gì", khuyến khích học sinh đặt câu hỏi đó, và tìm những trả lời cho câu hỏi đó. Một trả lời giáo điều chung chung kiểu "nó quan trọng, phải học nó" ít có giá trị, mà cần có những trả lời cụ thể hơn, "nó quan trọng ở chỗ nào, dùng được vào trong những tình huống nào, đem lại các kỹ năng gì, v.v."

Tiếc rằng việc giải thích ý nghĩa và công dụng của các kiến thức cho học sinh còn bị coi nhẹ, không chỉ ở Việt Nam. Có lần tôi hỏi một lớp đại học ngành toán đang học đại số tuyến tính ở Việt Nam là "đại số tuyến tính dùng làm gì?". Họ trả lời là không biết. Có lần tôi hỏi một nhóm sinh viên ngành sinh vật ở Pháp mới học xong môn phương trình vi phân tuyến tính, rằng họ có biết vị dụ phương trình nào xuất phát từ các vấn đề thực tế không. Họ cũng trả lời là không hề biết. Nếu như giảng viên giới thiệu cho học sinh biết các công

dụng của những kiến thức họ được học qua các ví dụ (ví dụ như những phương trình vi phân tuyến tính xuất hiện thế nào trong các mô hình về tăng trưởng), thì có thể họ sẽ thấy những cái họ học có nghĩa hơn, đáng để học hơn, dễ nhớ hơn.

Trong công việc sau này của học sinh khi đã ra trường, thì câu hỏi "để làm gì" lại càng đặc biệt quan trọng. Mọi hoạt động của một tổ chức hay doanh nghiệp tất nhiên đều phải có mục đích. Ngay trong công việc nghiên cứu khoa học, có nhiều người không làm được kết quả nghiên cứu quan trọng nào (tạm định nghĩa quan trọng = được nhiều người khác sử dụng) không phải là vì "dốt" mà là vì "không biết lựa chọn vấn đề để nghiên cứu", mất thời giờ nghiên cứu vào những cái ít ý nghĩa, ít ai quan tâm đến. Bởi vậy học sinh cần làm quen với việc sử dụng câu hỏi "để làm gì" từ khi đi học, như một vũ khí lợi hại trong việc chọn lựa các quyết định của mình.

2.5 Không để việc thi lấn át việc học

Nên: Tổ chức thi cử sao cho nhẹ nhàng nhất, phản ánh đúng trình độ học sinh, và khiến cho học sinh học tốt nhất.

Không nên: Chạy theo thành tích, hay tệ hơn là gian trá và khuyến khích gian trá trong thi cử.

Việc kiểm tra đánh giá trình độ và kết quả học tập của học sinh (cũng như trình độ và kết quả làm việc của người lớn) là việc cần thiết. Nó cần thiết bởi có rất nhiều quyết định phải dựa trên những sự kiểm tra và đánh giá đó, ví dụ như học sinh có đủ trình độ để có thể hiểu những môn học tiếp theo không, có đáng tin tưởng để giao

một việc nào đó cho không, có xứng đáng được nhận học bổng hay giải thưởng nào đó không, v.v. Bởi vậy giảng viên không thể tránh khỏi việc tổ chức kiểm tra, thi cử cho học sinh. Cái chúng ta có thể tránh, đó là làm sao để đừng biến các cuộc kiểm tra thi cử đó thành "sự tra tấn" học sinh, và có khi cả giảng viên.

Một "định luật" trong giáo dục là THI SAO HỌC VẬY. Tuy mục đích cao cả dài hạn của việc học là để mở mang hiểu biết và rèn luyện kỹ năng, nhưng phần lớn học sinh học theo mục đích ngắn hạn, tức là để thi cho đỗ hay cho được giải. Trách nhiệm của người thầy và của hệ thống giáo dục là làm sao cho hai mục đích đó trùng với nhau, tức là cần tổ chức thi cử sao cho học sinh nào mở mang hiểu biết và rèn luyện các k ỹ năng được nhiều nhất cũng là học sinh đạt kết quả tốt nhất trong thi cử.

Nếu "thi lệch" thì học sinh sẽ học lệch. Ví dụ như thi tốt nghiệp phổ thông, nếu chỉ thi có 3-4 môn thì học sinh cũng sẽ chỉ học 3-4 môn mà bỏ bê các môn khác. Trong một môn thi, nếu chỉ hạn chế đề thi vào một phần kiến thức nào đó, thì học sinh sẽ chỉ tập trung học phần đó thôi, bỏ quên những phần khác. Nếu đề thi toàn bài mẹo mực, thì học sinh cũng học mẹo mực mà thiếu cơ bản. Nếu thi cử có thể gian lận, thì học hành cũng không thực chất. Nếu thi cử quá nhiều lần, thì học sinh sẽ rất mệt mỏi, suốt ngày phải ôn thi, không còn thì giờ cho những kiến thức mới và những thứ khác. Nếu thi theo kiểu bắt nhớ nhiều mà suy nghĩ ít, thì học sinh sẽ học thành những con vẹt, học thuộc lòng các thứ, mà không hiểu, không suy nghĩ.

Những đề thi trắc nghiệm ở Việt Nam vào quãng những năm 2000-2010 có xu hướng nguy hiểm như vậy: đề thi dài, với nhiều

câu hỏi tủn mủn, đòi hỏi học sinh phải nhớ mà điền câu trả lời, chứ không đòi hỏi phải đào sâu suy nghĩ gì hết. Thậm chí thi học sinh giỏi toán toàn quốc cũng có lần được thi theo kiểu bài tủn mủn như vậy, và kết quả là việc chọn lọc đội tuyển thi toán quốc tế năm đó bị sai lệch nhiều. Bản thân chuyện thi trắc nghiệm không phải là một chuyện tồi, thi trắc nghiệm có những công dụng của nó, ý tôi muốn nói ở đây là cách dùng nó trong thi cử ở Việt Nam chưa được tốt.

Thi cử có thể chia làm 2 loại chính: loại kiểm tra (ví dụ như kiểm tra xem có đủ trình độ để đáng được lên lớp hay được cấp bằng không), và loại thi đấu (tuyển chọn, khi mà số suất hay số giải thưởng có hạn). Loại thi đấu thì cần thang điểm chi tiết (ví dụ như khi hai người có điểm xấp xỉ nhau mà chỉ có 1 suất thì vẫn phải loại 1 người, và khi đó thì chênh nhau 1/4 điểm cũng quan trọng), nhưng đối với loại kiểm tra, không cần chấm điểm quá chi li: những thang điểm quá nhiều bậc điểm (ví dụ như thang điểm 20, tính từng 1/2 điểm một, tổng cộng thành 41 bậc điểm) là không cần thiết, mà chỉ cần như các nước Nga, Đức hay Mỹ (chỉ có 4-5 bậc điểm) làm là đủ. Kinh nghiệm chấm thi sinh viên của tôi cho thấy chấm chi li từng điểm nhỏ một chỉ mất thời giờ mà không thay đổi bản chất của điểm kiểm tra: sinh viên nào kém, sinh viên nào giỏi chỉ cần nhìn qua tổng thể bài kiểm tra là biết ngay.

Kiểm tra nói là một hình thức kiểm tra khá tốt: trong vòng 10-15 phút hỏi thi cộng với một vài bài tập làm tại chỗ là giảng viên có thể "ước lượng" được trình độ của sinh viên khá chính xác. Tuy nhiên, kiểu thi nói còn rất hiếm ở Việt Nam, và ngay ở Pháp cũng ít phổ biến. Có nhiều người lo ngại rằng thi nói sẽ khó khách quan. Điều

này có lẽ đúng trong điều kiện Việt Nam hiện nay, khi có nhiều giảng viên thiếu nghiêm túc trong thi cử. Điểm kiểm tra để "tính sổ" ở Việt Nam trong điều kiện như vậy thì cần qua thi viết cho khách quan, đỡ bị gian lận. Nhưng không phải bài kiểm tra nào cũng cần "tính vào sổ". Số lượng các kiểm tra "chính thức", "tính sổ" nên ít thôi, ngoài ra thay bằng những kiểm tra "không chính thức", không phải để tính điểm học sinh, mà để giúp học sinh hay phụ huynh học sinh biết xem trình độ đang ra sao, có những điểm yếu điểm mạnh gì. Hệ thống giáo dục phổ thông cấp 1 ở Pháp tính "điểm" như vậy: Điểm không phải là điểm "7" hay "10" mà là điểm "phần này đã nắm tốt", "phần kia còn phải học thêm".

Việc giao nhiều bài tập bắt buộc về nhà, rồi kiểm tra tính điểm các bài đó, nếu không cẩn thận có thể biến thành "nhục hình" với học sinh. Nếu học sinh ngày nào cũng phải thức quá nửa đêm làm bài tập, không đủ thời gian để ngủ, thì điều đó sẽ làm ảnh hưởng xấu đến sự phát triển bình thường của học sinh. Chúng ta nên chú ý rằng giấc ngủ cũng là một phần quan trọng trong quá trình học: chính trong giấc ngủ, não được "làm vệ sinh", thải bớt "rác" ra khỏi não để có chỗ cho hôm sau đón nhận thông tin mới, và sắp xếp lại các thông tin thu nhận trong ngày lại, liên kết với các thông tin khác đã có trong não, để nó trở thành "thông tin dài hạn", "kiến thức".

Giai đoạn con người học nhanh nhất là khi còn ít tuổi, cũng là giai đoạn có nhu cầu ngủ nhiều nhất, còn càng lớn tuổi học cái mới càng ít đi và nhu cầu ngủ cũng ít đi. Trình độ học sinh, ít ra là trong môn toán, không thể hiện qua việc "đã làm bao nhiêu bài tập dạng đó" mà là "nếu gặp bài tập như vậy có làm được không". Tất nhiên

muốn hiểu biết thì phải luyện tập. Nhưng cứ làm thật nhiều bài tập giống nhau như một cái máy mà không suy nghĩ, thì phí thời gian. Thay vào đó chỉ cần làm ít bài hơn, nhưng làm bài nào hiểu bài đó. Theo tôi nói chung không nên tính điểm bắt buộc cho các bài tập về nhà, mà thay vào đó tính điểm thưởng thì tốt hơn.

Một điều khá phổ biến và đáng lo ngại ở Việt Nam là học sinh được chính thầy cô giáo dạy cho sự làm ăn gian dối. Có khi giáo viên làm thể để "lấy thành tích" cho mình. Ví dụ như khi có đoàn kiểm tra đến dự lớp, thì dặn trước là cả lớp phải giơ tay xin phát biểu, cô sẽ chỉ gọi mấy bạn đã nhắm trước thôi. Hay là giao bài tập rất khó về nhà cho học sinh, mà biết chắc là học sinh không làm được nhưng bố mẹ học sinh sẽ làm hộ cho, để lấy thành tích dạy giỏi. Hoặc là mua bán điểm với học sinh: cứ nộp thầy 1 triệu thì lên 1 điểm chẳng hạn. Nhưng cũng có nhiều trường hợp mà giáo viên có ý định tốt, vô tư lợi, nhưng vì quan điểm là "làm như thế là để giúp học sinh" nên tìm cách cho học sinh "ăn gian" để được thêm điểm.

Trong hầu hết các trường hợp, thì khuyến khích học sinh gian dối là làm hại học sinh. Như Mark Twain có nói: " *It is better to deserve honors and not have them than to have them and not deserve them*." Có gắn bao nhiêu thành tích rởm vào người, thì cũng không làm cho người trở nên giá trị hơn. Học sinh mà được dạy thói làm ăn gian dối từ bé, thì có nguy cơ trở thành những con người giả dối, mất giá trị.

Tất nhiên, trong một xã hội mà cơ chế và luật lệ "ấm ớ", và gian dối trở thành phong trào, ai mà không gian dối, không làm sai luật thì thiệt thòi không sống được, thì buộc người ta phải gian dối. Tôi không phê phán những hành động gian dối do "hành cảnh bắt buộc".

Nhưng chúng ta đừng lạm dụng "vũ khí" này, và hãy hướng cho chọ sinh của chúng ta đến một xã hội mới lành mạnh hơn, mà ở đó ít cần đến sự gian dối. Để đạt được vậy, các "luật chơi" phải được thay đổi sao cho hợp lý và minh bạch hơn.

Tất nhiên, không chỉ ở Việt Nam, mà trên thế giới cũng có nhiều người hám "danh hão" và làm ăn giả dối, tuy tỷ lệ chắc là ít hơn nhiều. Tôi biết cả những giáo sư nước ngoài có trình độ cao, nhưng vì "quá hám danh" nên dẫn đến làm ăn giả dối. Sinh viên Pháp mà tôi dạy cũng có quay cóp. Bản thân tôi khi đi học cũng từng quay cóp. Tất nhiên tôi chẳng có gì để tự hào vê chuyện đó, nhưng cũng không đến nỗi "quá xấu hổ" khi mà những người xung quanh tôi cũng quay cóp. Chúng ta là con người thì không hoàn thiện, nhưng hãy hướng tới hoàn thiện, giúp cho các thế hệ sau hoàn thiện hơn.

2.6 Ứng xử với học sinh

Nên: Dạy học nghiêm túc, tôn trọng học sinh.

Không nên: Dạy qua quít, coi thường học sinh.

Điều trên gần như là hiển nhiên. Nhưng ngay trường tôi ở Pháp có những giáo sư dạy học qua quít, nói lảm nhảm học sinh không hiểu, bị học sinh than phiền rất nhiều, ai mà dạy học cùng ê-kíp với họ thì khổ cực lây. Người nào mà không thích hoặc không hợp với dạy học, thì nên chuyển việc. Nhưng đã nhận việc có cả phần dạy học (như là công việc giáo sư bên Pháp, gồm cả nghiên cứu và giảng dạy) thì phải làm việc đó cho nghiêm túc. Dù có "tài giỏi" đến đâu, cũng không nên tự đề cao mình quá mà coi thường học sinh. Công

việc đào tạo cũng quan trọng đối với xã hội không kém gì công việc nghiên cứu.

Có một số bạn trẻ, bản thân chưa có đóng góp gì quan trọng, nhưng đã vội chê bai những người thầy của mình, là những người có thể có những hạn chế về trình độ và kết quả nghiên cứu (do điều kiện, hoàn cảnh) nhưng đã có nhiều cống hiến trong đào tạo, như thế không nên.

Nên: Đối thoại với học sinh, khuyến khích học sinh đặt câu hỏi.

Không nên: Tạo cho học sinh thói quen học thụ động kiểu thầy đọc trò chép.

Qua thảo luận, hỏi đáp mới biết học sinh cần những gì, vướng mắc những gì, bài giảng như thế đã ổn chưa, v.v. Khi học sinh đặt câu hỏi tức là có suy nghĩ và não đang ở trạng thái muốn "hút" thông tin. Học sinh nhiều khi muốn hỏi nhưng ngại, nếu được khuyến khích thì sẽ hỏi.

Nên: Cho học sinh thấy rằng họ có thể thành công nếu có quyết tâm.

Không nên: Nhạo báng học sinh kém.

Tôi từng chứng kiến giáo sư sỉ nhục học sinh, ví dụ như viết lên bài thi của học sinh những câu kiểu "thứ mày đi học làm gì cho tốn tiền". Như người ta thường nói "người phụ nữ được khen đẹp thì sẽ đẹp lên, bị chê xấu thì sẽ xấu đi". Học sinh bị đối xử tồi tệ, coi như "đồ bỏ đi", thì sẽ bị "đơ": khi việc học trở thành "địa ngục" thì sẽ bị ức chế không học được nữa. Nhưng nếu được đối xử tử tế, cảm thấy được tôn trọng cảm thông, thì họ sẽ cố gắng, dễ thành công hơn. Nếu họ có "rớt", thì họ vẫn còn nhiều cơ hội khác để thành công, miễn

sao giữ được niềm tin và ý chí. Học sinh học kém, nhiều khi không phải là do không muốn học hoặc không đủ thông minh để học, mà là do có những khó khăn nào đó, nếu được giải tỏa thì sẽ học được.

Trẻ em sinh ra thiếu hiểu biết chứ không ngu ngốc. Nếu khi lớn lên trở thành người ngu ngốc, không biết suy nghĩ, thì là do hoàn cảnh môi trường và lỗi của hệ thống giáo dục. Người thầy thực sự phải giúp học sinh tìm lại được sự thông minh của mình, chứ không làm cho họ "đần độn" đi.

Nên: Cho học sinh những lời khuyên chân thành nhất, hướng cho họ làm những cái mà giảng viên thấy sẽ có lợi nhất cho họ, đồng thời cho họ tự do lựa chọn những gì họ thích.

Không nên: Biến học sinh thành "tài sản" của mình, bắt họ phải làm theo cái mình thích.

Các bậc cha mẹ cũng không nên bắt con cái phải đi theo những sở thích của cha mẹ, mà hãy để cho chúng lựa chọn cái chúng thích.

2.7 Chất lượng, số lượng và hình thức

Nên: Hướng tới chất lượng.

Không nên: Chạy theo số lượng và hình thức.

Từ khi tôi là sinh viên, có được các anh chị học trên "truyền" cho điều này: Ai mà viết đến 10 bài báo khoa học, mà vẫn không được mấy người khác trích dẫn, thì coi như là thất bại trong khoa học. Điều "đáng sợ" không phải là không viết được bài báo khoa học để đăng, mà là viết nhiều bài "rởm rít", tốn giấy mực.

Tất nhiên, sinh viên khi mới tập nghiên cứu khoa học, thì khó có kết quả có giá trị lớn ngay, mà thường phải bắt đầu bằng một vài vấn đề nhỏ hơn, để làm quen. Nhưng nếu lúc nào cũng chỉ làm thứ dễ dàng và ít giá trị, không dám làm cái khó hơn, có giá trị lớn hơn, thì khó có thể thành công trong khoa học. Giá trị của các công trình khoa học (đăng trên các tạp chí quốc tế có uy tín, chứ chưa nói đến tạp chí "vườn") có thể chênh nhau hàng trăm lần. Có viết hàng chục hay hàng trăm bài báo khoa học "làng nhàng" có khi vẫn không bằng làm được một công trình "để đời".

Không chỉ trong khoa học, mà trong hầu hết mọi lĩnh vực khác, chất lượng là cái đặc biệt quan trọng. Ví dụ như trong kinh tế, sự phát triển bền vững (sustainable development) chính là sự phát triển về chất. Chúng ta không thể tăng khối lượng của các sản phẩm hay dịch vụ lên "mỗi năm 5-7%" mãi được, vì tài nguyên thiên nhiên là hữu hạn, nhưng cái chúng ta có thể tăng lên, đó là chất lượng. Nếu chúng ta cứ phá rừng phá núi, hủy hoại môi trường để đạt con số % phát triển GDP, thì có nguy cơ biến đất nước thành bãi rác. Cái máy tính bỏ túi ngày nay "khỏe hơn" cả một "khối thép" máy tính nặng hàng chục tấn của thế kỷ trước, đó là phát triển về chất. Cùng là đồ ăn với lượng calor như nhau, nhưng chất lượng khác nhau thì giá trị có thể chênh nhau hàng chục lần. Ở VN, đồ ăn không đảm bảo vệ sinh và chứa nhiều chất độc nên giá trị thấp, tuy giá có thể rẻ nhưng tính tỷ lệ chất lượng chia cho giá có khi vẫn thấp. Trong văn học, thì một quyển truyện như "Hoàng Tử Nhỏ" (Le Petit Prince) đủ làm cho ông Saint-Exupery trở thành nhà văn của thế kỷ 20 được hàng trăm triệu người trên thế giới tìm đọc. Ở Việt Nam cũng có những tác

phẩm văn học mà những thế kỷ sau người ta vẫn còn nhớ đến, trong khi có hàng nghìn, hàng vạn tác phẩm văn học khác nhanh chóng rơi vào lãng quên.

Trong giáo dục, chất lượng cũng là cái cực kỳ quan trọng. Ảnh hưởng của một người thầy là rất lớn: trực tiếp đến hàng trăm, hàng nghìn học trò, và gián tiếp có thể đến hàng triệu người. Giá trị của giáo dục khó qui đổi thành tiền (một người vô văn hóa, thì có đắp thêm 1 triệu USD vào thì vẫn vô văn hóa). Chất lượng người thầy tốt lên thì làm cho chất lượng xã hội tốt lên, và cái sự thay đổi chất lượng đó không đo được bằng tiền. Nhưng có thể hình dung một cách thô thiển là, một người thầy tốt đem lại lợi ích cho học trò thêm hàng nghìn hay thậm chí hàng chục nghìn USD (thể hiện qua việc học trò có được việc tốt hơn, làm ra nhiều tiền của hơn, v.v.) so với một người thầy không tốt bằng. Với hàng trăm hay hàng nghìn học trò "qua tay" trong cuộc đời, thì một người thầy tốt có thể đem lại lợi ích đến hàng hàng triệu USD nhiều hơn cho xã hội so với một người thầy kém hơn.

Muốn có chất lượng tốt, thì chất lượng phải được (xã hội) coi trọng đúng mức, và (người thầy) phải chú tâm tìm cách nâng cao chất lượng. Các giảng viên đại học ở các nước tiên tiến thường không phải dạy quá nhiều giờ (trung bình khoảng 6 tiếng một tuần), và cũng không phải lo "kiếm cơm thêm" ngoài công việc chính. Họ có thời giờ để tiếp cận thông tin khoa học mới, chuẩn bị bài giảng cho tử tế, suy nghĩ cải tiến cách dạy cho hay,v.v. (đấy là đối với những người có ý thức trong việc dạy học). Ở Việt Nam, các giáo viên phổ thông và giảng viên đại học nói chung dạy quá nhiều giờ, ngoài giờ chính thức đã nhiều còn dạy thêm tràn lan, có người "bán cháo phổi" liên

tục một ngày đến mười mấy tiết. Họ bù lại việc thù lao cho từng giờ dạy thấp bằng việc dạy rất nhiều giờ. Nhưng trong điều kiện như vậy, thì họ sẽ dạy “như cái máy”, ít suy nghĩ, ít nhiệt tình với học sinh, ít thời gian chuẩn bị, không có thời giờ cập nhật kiến thức, khó mà có chất lượng cao được.

Xu hướng của thời đại internet, là các giảng viên có chất lượng dạy học cao sẽ ngày càng trở nên có giá trị, trong khi những ai dạy dở sẽ ngày càng mất giá trị. Trong điều kiện “không có lựa chọn”, thì thày dạy hay dạy dở thế nào học sinh “vẫn phải học thầy”, nhưng khi có lựa chọn, học sinh sẽ chọn học thầy hay, không đến học thầy dở. Việc điểm danh để bắt học sinh đi học, theo tôi là một hình thức giữ kỷ luật thô thiển kém hiệu quả. Thay vào điểm danh, nếu dạy hay, dạy cái có ý nghĩa, thì không bắt học sinh cũng tự động “tranh nhau” đi học. Tôi đã từng chứng kiến trường hợp có 2 giáo sư dạy cùng 1 môn ở 2 giảng đường khác nhau – ví số học sinh quá đông nên chia thành 2 giảng đường – nhưng một người dạy rất dở, và kết quả là học sinh ở giảng đường của người đó sau một thời gian chạy hết sang giảng đường bên kia. Internet sẽ tạo điều kiện cho học sinh tìm đến thầy hay dễ dàng hơn, qua các bài giảng video, các bài giảng online, v.v. Các giảng viên sẽ phải giảng ít giờ hơn trước, nhưng chuẩn bị cho mỗi bài giảng nhiều hơn, và mỗi bài giảng hay sẽ đến được với nhiều học sinh hơn qua internet.

2.8 Bản chất của kiến thức cần dạy

Nên: Giáo viên cần làm sao cho học sinh hiểu được bản chất các kiến thức.

Không nên: Lạm dụng ngôn ngữ hình thức, và dạy một cách giáo điều.

Nên: Cho các bài tập nhằm giúp học sinh nắm được bản chất của các lý thuyết đang học hoặc/và luyện được các kỹ năng liên quan trực tiếp.

Không nên: Cho nhiều bài "lạc đề", ít liên quan trực tiếp đến lý thuyết đang học, đòi hỏi mẹo mực hoặc những lý thuyết chưa được học đến.

Tôi sẽ lấy chương trình toán đại số lớp 7, và quyển sách "Các bài toán hay và khó / Đại số lớp 7" của hai tác giả Phan Văn Đức và Nguyễn Hoàng Khanh, xuất bản năm 2003, sau đây gọi tắt là sách BTĐS7, để làm ví dụ minh họa cho mục này.

Tôi xin lỗi hai tác giả trên là đã mạn phép đem quyển sách BTĐS7 ra đây "mổ xẻ". Tôi không có ý chê bai hay công kích gì ai. Theo tôi hiểu thì quyển sách này cũng không kém gì các sách toán phổ thông khác đang được dùng ở Việt Nam. Lý do đơn giản là quyển sách này "có số" rơi vào tay tôi trong lúc tôi đang muốn bàn về phương pháp giảng dạy toán.

Thế nào là *giáo điều*? Là dạy một cách áp đặt, đưa ra các thứ như là "chân lý duy nhất", mà không giải thích vì sao nó như vậy, nó dựa trên cái gì, và không hề nói đến các khả năng khác, các "chân lý"

khác. Sự nguy hiểm của lối dạy và học theo kiểu giáo điều, là biến học sinh thành những con người thụ động, mất khả năng suy nghĩ một cách độc lập, trở thành "cuồng tín" chấp nhận các thứ như là chân lý mà không đặt câu hỏi "tại sao", và khi sai thì không biết đâu mà sửa vì "mất gốc".

Một ví dụ đặc trưng của "văn hóa giáo điều" là môn "Tử vi đẩu số" ở Việt Nam. Các sách viết về tử vi mà tôi được nhìn thấy đều rất giáo điều, cái gì cũng do "Thánh bảo", không có giải thích tại sao, và tất nhiên nếu xem bị sai thì chỉ còn cách "kêu trời", không thể biết vì sao sai, sai ở đâu. Mà chắc chắn là dễ sai. Ví dụ, "giờ Tý" thực ra không bắt đầu lúc 11h đêm, mà cách đó khoảng 20 phút (tùy từng ngày), nhưng điều này chỉ có một nhóm nhỏ "thầy tử vi" biết còn có đọc sách cũng không học được. Nếu tìm hiểu kỹ hơn, ta sẽ thấy việc xác định "giờ" đó thực ra ứng với khái niệm ascendant trong thiên văn học, và có thể tính chính xác "giờ Tý" đến từng giây một bằng các chương trình máy tính cho thiên văn (nhưng đố bạn tìm được sách Tử vi đẩu số nào bán ở cửa hàng viết về điều này).

Hầu hết các "sao" trong tử vi đẩu số là "sao giả" (virtual stars) chứ không phải "sao thật" (tức là không có sao nào như thế trên trời). Các "sao giả" này là một phép biến đổi toán học kiểu như "phân tích phổ" (spectral decomposition), và được tính ra từ vị trí của một số lượng rất nhỏ các "sao thật" (như mặt trăng, mặt trời, ascendant) trên vòng hoàng đạo. Cái "phân tích phổ" này trong tử vi đẩu số có thể là một phát minh lớn, nhưng rất tiếc là không có sách nào giải thích vì sao lại làm như vậy, và qui tắc xếp sao được đưa ra một cách hoàn toàn thần bí, giáo điều.

Ở phương Tây cũng có "tử vi", gọi là "chiêm tinh học" (astrology). Tử vi đẩu số và astrology có cùng gốc thiên văn học, và có rất nhiều cái chung. Nhưng khác nhau ở chỗ astrology không giáo điều, mọi thứ có giải thích vì sao. Tuy rằng các giải thích đó chưa "đạt mức khoa học", nhưng cho phép người ta suy nghĩ, kiểm nghiệm, phát triển, sửa sai!

Trở lại toán đại số lớp 7. Tôi đọc quyển BTĐS7 thấy có một số điểm hình thức, giáo điều. Hai ví dụ:

1) §11 Chương 1 (Số vô tỉ – Khái niệm về căn bậc hai, trang 22). Tóm tắt lý thuyết của phần này được viết như sau:

> Số vô tỉ là số được viết dưới dạng số thập phân vô hạn không tuần hoàn.
> Tập hợp các sô vô tỉ được ký hiệu là I.
> Căn bậc hai của một số a không âm là số x sao cho $x^2 = a$.
> Số dương a có đúng 2 căn bậc hai: một số dương ký hiệu là $\sqrt{a}$, một số âm ký hiệu là $-\sqrt{a}$.
> Số 0 chỉ có một căn bậc hai là số 0 viết là $\sqrt{0} = 0$.

Đâu là những thứ hình thức, giáo điều trong các câu trên?

Tôi làm toán mấy chục năm nay, chưa bao giờ phải dùng đến ký hiệu "tập hợp các số vô tỉ", và đến khi đọc sách này tôi mới biết "tập hợp các sô vô tỉ được ký hiệu là I"! Đấy là một "kiến thức" hình thức không dùng để làm gì cả, và cũng chẳng phải là kiến thức, vì thế giới cũng chẳng dùng ký hiệu đó.

Câu "số vô tỉ là số được viết dưới dạng số thập phân vô hạn không tuần hoàn" tuy đúng về mặt hình thức toán học, nhưng rất rắm rối

khó hiểu. Bản chất của "vô tỉ" là "không hữu tỉ", tức là các số thực không viết được dưới dạng phân số. Để hình dung các số vô tỉ, cần làm bài tập ví dụ như "số $\sqrt{7}$ là số vô tỉ".

Hai khái niệm "số vô tỉ" và "căn bậc hai" là hai khái niệm quan trọng và độc lập với nhau. Cần có thời gian để hiểu từng khái niệm, không hiểu sao lại được dồn vào chung một mục, cứ như là căn bậc hai của một số thì là số vô tỉ!

Có ai nói "căn bậc hai của 4 là -2 không"? Không ai nói thế cả, mà người ta chỉ nói "căn bậc hai của 4 là 2". Tức là căn bậc hai của một số thực dương a, luôn được hiểu là số thực dương có bình phương bằng số kia, và ký hiệu là $\sqrt{a}$. Bản thân cái ký hiệu $\sqrt{a}$ được đọc là "căn bậc hai của a" ("square root of a" tiếng Anh). Việc dạy cho học trò là "a có 2 căn bậc 2" tuy có thể đúng về hình thức, nhưng rắm rối, và thực ra chỉ "đúng nửa vời". Nếu một số có 2 căn bậc hai, thì cũng phải có 3 căn bậc ba, nhưng giải thích với học sinh lớp 7 chuyện một số có 3 căn bậc 3 sao đây? Nói là phương trình $x^2 = a$ có hai nghiệm thực $\sqrt{a}$ và $-\sqrt{a}$ khi a là số dương thì đúng bản chất hơn.

Để hiểu được căn bậc hai, một cách tốt nhất là làm ví dụ, như là tính $\sqrt{3}$ chính xác đến 3-4 chữ số sau dấu phẩy (mà không dùng máy tính). Tôi có thí nghiệm dạy cho con tôi (lúc quãng 9-10 tuổi) tính $\sqrt{2}$, rồi sau đó nó tự tính $\sqrt{5}$, mất khá nhiều thời gian và viết mất mấy trang giấy, nhưng nó tính được, và qua đó không những hiểu được thế nào là căn bậc hai, mà còn hiểu được phương pháp tính gần đúng nó như thế nào, qua ví dụ cụ thể.

Trong sách BTĐS7 có những bài tập có thể coi là rất khó (vượt xa mức chương trình?) trong đó có căn bậc hai, (ví dụ bài 95b: chứng

minh rằng $1/\sqrt{1}+1/\sqrt{2}+\ldots+1/\sqrt{100} > 10$), mà lại thiếu những bài "đơn giản" nhưng giúp hiểu bản chất của căn bậc hai, như bài "tính $\sqrt{3}$ chính xác đến 3 chữ số sau dấu phẩy" như tôi viết phía trên.

2) §3 Chương 3 (phần Biểu Đồ, chương Thống Kê, trang 114 của sách BTĐS) có viết :

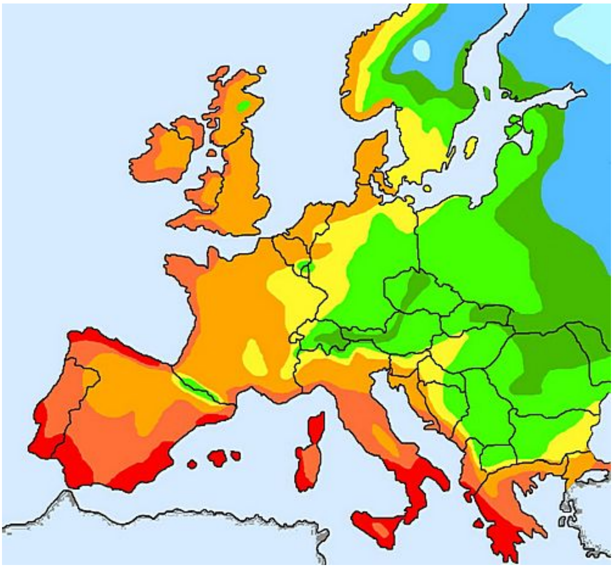
> Ngoài bảng số liệu thống kê ban đầu, bảng "tần số", người ta còn dùng biểu đồ để cho một hình ảnh cụ thể về giá trị của dấu hiệu và tần số.
>
> Có các loại biểu đồ như sau: biểu đồ đoạn thẳng, biểu đồ hình chữ nhật, biểu đồ hình quạt.

Vì sao những câu trên là giáo điều? Vì nó áp đặt (chỉ có 3 loại biểu đồ, và nói là biểu đồ "cho một hình ảnh cụ thể"). Ý nghĩa của biểu đồ được giải thích không chính xác (thế nào là "hình ảnh cụ thể"?).

Thực ra biểu đồ hoàn toàn có thể "kém cụ thể, kém chính xác" hơn là các số, nhưng nó cho một bức tranh trực giác, giúp cho người đọc nắm được thông tin quan trọng một cách nhanh chóng bằng hình ảnh. Ý nghĩa của biểu đồ nằm ở chỗ nó cho phép người đọc dùng bộ phận "xử lý hình ảnh" của não để nạp và xử lý thông tin – bộ phận đó của não người "chạy" nhanh hơn nhiều so với bộ phận "xử lý số", và như vậy các thông tin ở dạng biểu đổ có thể được đọc nhanh hơn nhiều lần so với ở dạng số (tuy rằng với độ chính xác có thể thấp hơn). Và tại sao lại chỉ có 3 dạng biểu đồ? Điều này hoàn toàn sai thực tế!

Các dạng biểu đồ là do con người nghĩ ra, và người ta có thể nghĩ ra một tỷ dạng khác nhau. Tuy rằng 3 dạng trên có thể là 3 dạng hay

gặp nhất (một phần lý do là do nó đơn giản, dễ vẽ), nhưng không phải là không có các dạng khác, cũng khá phổ biến trong những tình huống nào đó. Ví dụ như biểu đồ dùng màu sắc. Hay biểu đồ dùng bản đồ thế giới (ở trên mỗi nước có một khoanh tròn hay khoanh vuông nào đó, to nhỏ phụ thuộc vào số lượng một cái gì đó ở nước đó to hay nhỏ) là những biểu độ địa lý rất hữu ích, v.v. Những biểu đồ như vậy là những biểu đồ thống kê gặp trong thực tế, chứ không phải chỉ có 3 loại biểu đồ như trong "sách bảo".



Một ví dụ biểu đồ dùng màu sắc (bản đồ nhiệt độ ở châu Âu).

Nhân tiện nói thêm: tôi thấy chương trình thống kê cho học sinh lớp 7 (vào năm 2009) quá sơ sài, và không rõ mục đích để làm gì, khi chưa đủ cơ sở toán học để học nhập môn thống kê theo đúng nghĩa, chứ không dừng lại ở chỗ "đếm xem giá trị x xuất hiện mấy lần trong

một bảng" (là thứ tầm thường không cần dạy, bất cứ ai khi gặp câu hỏi như vậy và hiểu câu hỏi trong tình huống cụ thể đều đếm được dễ dàng). Ngay một khái niệm rất dễ hiểu và rất cơ bản của thống kê là "median value" (giá trị giữa? – ví dụ như khi nói đến mức lương tiêu biểu của một nghề nào đó người ta thường dùng mức median chứ dùng mức mean – giá trị trùng bình) cũng không thấy có trong sách lớp 7. Dạy "tủn mủn" có một tẹo về thống kê, không hiểu ý nghĩa và công dụng, thì khó "đọng" được.

Nói thêm về bài tập. Thế nào là một bài tập hay? Theo tôi một bài tập hay là một bài tập "đặt đúng chỗ, đúng mục đích", giúp học sinh nắm được phần lý thuyết đang cần nắm hoặc là rèn được kỹ năng đang cần rèn, hoặc là (trong trường hợp kiểm tra thi cử) kiểm tra được đúng những kiến thức và kỹ năng cần kiểm tra. Cùng là một bài tập, nhưng có thể hay trong tình huống này, lại trở thành không hay trong tình huống khác, nếu bị "đặt nhầm chỗ". Trong quyển sách BTĐS7, gọi là "Những bài toán khó và hay", tôi thấy có những bài tuy khó khó thật nhưng "hay" thì tôi "không thấy hay", bởi vì dường như chúng bị "đặt nhầm chỗ". Chúng giống như những bài toán đánh đố, mẹo mực, hơn là những bài toán liên quan trực tiếp đến phần kiến thức ký thuyết trong chương trình mà học sinh cần nắm vững.

Ví dụ: Chương 1, về "số hữu tỷ và số vô tỷ". Theo tôi hiểu, mục đích của chương này là cho học sinh biết làm các phép tính với các số hữu tỷ (tức là các phân số), và hiểu được rằng có những số vô tỷ, đồng thời biết được khái niệm thế nào là căn bậc hai của một số. Chương này không nhằm dạy về vấn đề vấn đề chia hết trong số học, hay về tính toán các biểu thức đại số phức tạp. Thế nhưng trong Chương 1

có bài tập sau:

Chứng minh rằng $A = 75.(4^{1999} + 4^{1998} + \ldots + 4 + 1) + 25$ chia hết cho 100.

Để làm được bài này, học sinh cần biết cách cộng $4^{1999} + 4^{1998} + \ldots + 4 + 1$ (là một bài toán có thể coi là khó đối với học sinh lớp 7?, tuy nhiên nó không phải là mục đích kiến thức của chương), rồi sau đó kiểm tra sự chia hết cho 100, cũng không phải là cái nằm trong kiến thức mà Chương 1 này muốn học sinh nắm được. Một bài toán như vậy, dù dễ hay khó, cũng không hay, vì "nhầm chỗ".

Ví dụ khác: trong Chương 1 có những bài tập về bất đẳng thức (như bài 95) hay cực trị (như bài 125) là những bài khó. Nó khó vì học sinh không được học tý gì về lý thuyết (phương pháp đánh giá các đại lượng hay tìm cực trị) mà phải làm bài tập. Nếu làm bài tập, mà không có phương pháp làm, tức là "đoán mò", có nghĩa là sẽ làm một cách mẹo mực. Nó có thể coi là bài hay, nếu xếp vào dạng "toán đố nhằm rèn luyện tư duy, khả năng suy luận sâu cho học sinh giỏi" (tức là cho một tỷ lệ nhỏ học sinh có óc tò mò đặc biệt về toán), nhưng nó không "hay" nếu đấy là bài tập để học về "số hữu tỉ và vô tỉ".

Một học sinh "bình thường", nếu gặp những bài như vậy khó có thể làm được (họ nghĩ một lúc không ra sẽ thấy chán và tự hỏi "tại sao phải làm bài như vậy"), dù đã tính toán thành thạo với các phân số và biết tính căn bậc hai. Nhưng nếu được học về các phương pháp tìm cực trị hay đánh giá các đại lượng rồi, thì mấy bài toán đó không còn gì "khó", có điều mấy phương pháp đó lại không có trong chương trình chính thức!

Tôi e rằng kiểu "đánh đố" như vậy sẽ làm cho nhiều học sinh lầm tưởng rằng họ dốt, không học được toán, trong khi thực ra họ có thể học, hiểu và dùng được các công cụ toán rất hiệu quả, nếu được dạy bài bản hơn. Không hiểu kiểu "toán đố" này có phải một trong những nguyên nhân khiến học sinh phải đi học thêm tràn lan đến tối mịt không? (Nếu không học thêm thì làm sao mà giải được bài tập!).

2.9 Gây tò mò và sung sướng cho người học

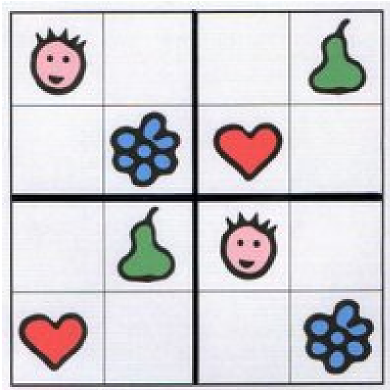
Nên: Tìm cách kích thích sự tò mò của học sinh, và làm cho học sinh cảm thấy học là "được học, là sướng".

Không nên: Dạy theo kiểu "nhồi vịt", làm cho học sinh cảm thấy học là "phải học, là khổ".

Albert Einstein từng nói: "*I have no special talent. I am only passionately curious*". ("Tôi không có tài gì đặc biệt. Tôi chỉ tò mò một cách đam mê"). Bí quyết thành công của Einstein chính là sự "*tò mò một cách đam mê*". Và Einstein cũng có nói một cách mỉa mai: "*It is a miracle that curiosity survives formal education*" ("thật kỳ diệu là giáo dục hình thức chưa bóp chết sự tò mò"), và kể về sự khổ sở của ông ta khi đi học như sau: "One had to cram all this stuff into one's mind for the examinations, whether one liked it or not. This coercion had such a deterring effect on me that, after I had passed the final examination, I found the consideration of any scientific problems distasteful to me for an entire year." (Tạm lược dịch: "Tôi bị nhồi học như nhồi vịt đủ thứ để trả thi dù có thích chúng hay không; sự ép buộc này khiến tôi ngán khoa học đến tận cổ trong suốt một năm sau kỳ thi

đó").

Sự tò mò thúc đẩy con người ta tìm tòi hiểu biết, làm cho não tiếp thu kiến thức và khám phá thế giới nhanh hơn. Khi tò mò tức là trong đầu đặt ra các câu hỏi, và não "thèm khát" thông tin trả lời các câu hỏi đó, khi "vớ được" câu trả lời sẽ nhập vào đầu rất nhanh vì trong đầu đã "dọn chỗ" sẵn để đón nhận nó. Trẻ con sinh ra có bản năng tò mò, và học rất nhanh. Vấn đề là làm sao giữ được tính tò mò đó mà không đánh mất nó đi khi lớn lên.



Sudoku vui cho trẻ em.

Theo một số nghiên cứu về giáo dục học – thần kinh học (xem cuốn sách "*Insult to Intelligence*" của Frank Smith), thì trẻ em trung bình mỗi ngày học được một cách tự nhiên, nhẹ nhàng mấy chục từ mới trong lúc làm các việc khác, tuy rằng lúc học ở trường thì có khi vất vả một ngày không học nổi vài từ mới. Một trong các lý do mà các nhà giáo dục học đưa ra để giải thích sự học kém hiệu quả ở trường, chính là cách giáo dục hình thức ở trường làm giảm đi sự tò mò của trẻ em. Khi chán học, không có sự tò mò, thì học rất khó vào.

Con người ta khi học, không những chỉ nhớ "kiến thức" được học, mà còn nhớ cả trạng thái tâm lý, cảm giác (feelings) khi học "kiến thức" đó. Nếu như nhớ rằng học cái gì đó là "nhàm chán" hay "đau khổ", thì sẽ không muốn học nữa, vì phản xạ tự nhiên của con người

là không muốn có cảm giác nhàm chán hay đau khổ. Ngược lại, nếu nhớ rằng học cái gì đó là "vui" là "sướng", thì muốn được lặp lại cái cảm giác đó, tức là muốn được học tiếp.

Khi trẻ em chơi một cái gì đó mà nó thích, thì nó tập trung cao độ. Nếu làm sao để "trò học" cũng hấp dẫn như "trò trơi", thì học sẽ rất hiệu quả. Tôi có đọc đâu đó một lần, là có một lớp học sinh ở Nga, khi được hỏi thích học môn gì nhất, thì nói rất thích môn sử, vì học môn đó được đi thăm quan bảo tàng, khám phá nhiều thứ thú vị. Đi học mà sướng như đi chơi, có khi còn sướng hơn đi chơi.

Leonardo da Vinci có từng nói: "Giống như việc bị bắt ép ăn khi không muốn ăn có thể làm hại sức khỏe, việc bị bắt ép học cái không muốn học cũng có thể làm tổn thương trí nhớ, và không tiếp thu được gì". Một trong những cách nhanh nhất để "tiêu diệt" sự tò mò, làm cho học sinh chán học, là dạy hoc kiểu "nhồi vịt" (nhồi nhét một đống thông tin vào đầu học sinh, không kịp tiêu hóa, không biết để làm gì, đến mức học sinh bị "bội thực", sợ học).

Ở Việt Nam, từ rất nhiều năm nay, tôi thấy hầu như ai cũng kêu là trẻ con bị học quá tải, nhưng hiểu biết thì không hơn gì trẻ em ở các nơi khác học "vui vẻ nhẹ nhàng" hơn. Đây có lẽ là một lỗi lớn của hệ thống giáo dục. Các bậc phụ huynh không nên bắt con mình học đi thêm liên miên đến mức nó phát ngán, phát sợ học. Còn nếu nó thích học cái gì (đặc biệt là những cái không được dạy ở trường, ví dụ như học nặn tượng, học đánh đàn piano, học chế tạo robot, v.v.), thì cứ cho nó đi học thêm nếu nhà có điều kiện.

Làm sao để kích thích sự tò mò của học sinh (và của người lớn)? Đây có lẽ là cả một môn khoa học và nghệ thuật lớn. Không chỉ giáo

dục cần đến kích thích tò mò, mà nhiều lĩnh vực khác cũng cần, và có khi cần một cách hiển nhiên hơn, ví dụ như nghề quảng cáo. Những ai làm quảng cáo ắt hẳn phải rất quan tâm đến chuyện kích thích tò mò, vì nếu không kích thích được sự tò mò của người xem thì sẽ bị ảnh hưởng xấu ngay đến cái túi tiền. Những người làm về giáo dục có lẽ có thể học và chia sẻ phương pháp kích thích tò mò với những ngành khác.

Tôi không phải là "chuyên gia" trong lĩnh vực gây tò mò, nên chỉ có thể thể kể ở đây một vài kinh nghiệm cá nhân nhỏ. Có lần tôi đố con tôi (tôi có hai con đang học phổ thông) chứng minh rằng tổng của chuỗi $\sum 1/n^2$ bằng $\pi^2/6$. Tất nhiên bài toán này là quá khó đối với tụi nó. Tuy tụi nó có thể hiểu (một cách trực giác) rằng chuỗi $\sum 1/n^2$ là chuỗi hội tụ, và cậu lớn tính được giá trị gần đúng của chuỗi đó và thấy nó giống giá trị gần đúng của $\pi^2/6$, nhưng để chứng minh đẳng thức chính xác, thì chưa thể làm nổi. Cái đẳng thức này tất nhiên chỉ là một trong số vô vàn những "sự trùng hợp của tự nhiên", và chẳng có công dụng gì trong đời sống hàng ngày, thế nhưng trông nó "thú vị, kỳ bí". Tụi trẻ tò mò, muốn hiểu được đẳng thức này, bắt tôi giải thích. Tôi nói "muốn chứng minh được, phải biết giải tích", thì tụi nó bắt tôi giải thích các khái niệm đạo hàm, tích phân, v.v. Qua đó tụi nó học một số kiến thức toán hiện đại, "chỉ vì" tò mò. Cái bài toán đố đó nó như là một thứ "củ cà rốt treo trước mặt con lừa, khiến cho con lừa chịu khó đi với hi vọng ăn được cà rốt".

Định lý lớn Fermat cũng vậy. Nó không hề có một "công dụng thực tế" gì hết, nhưng nó gây tò mò cho các nhà toán học (và cho cả những người không phải nhà toán học chuyên nghiệp). Việc đi tìm

lời giải cho nó đã làm nảy sinh ra những lý thuyết toán hiện đại có công dụng thực tế rất lớn (ví dụ trong mật mã, an toàn thông tin).

Bài toán tôi viết phía trên, gây tò mò lớn cho mấy đứa con tôi, những hoàn toàn có thể không gây tò mò cho con hàng xóm. Cùng một thứ, có thể gây tò mò cho người này, mà không gây tò mò cho người khác. Bởi vậy đối với những trẻ khác nhau, cần tìm các cách khác nhau (thích hợp với tính cách, tâm lý, hiểu biết của chúng) để gây tò mò cho chúng. Nếu thấy thứ này không gây tò mò, thì thử thứ khác. Thầy cô giáo phải dạy cả một lớp đông, có thể phải dùng những phương pháp chung, có hiệu quả (gây tò mò) với đa số học sinh, nhưng lại không có hiệu quả với một thiểu số khá lớn. Nhưng mỗi bậc phụ huynh thì chỉ có ít con, có thể tìm hiểu và thử nghiệm các phương pháp cá nhân hóa hơn để gây tò mò cho con của mình, trong trường hợp nó đi học ở trường không thấy tò mò thích thú.

Hồi bé, tôi có được đọc cuốn sách "Người Mặt Nạ Đen từ nước Al-Jabr" của Lëvshin, đọc rất say mê, và qua đó thấy thích giải phương trình. Sách viết về đại số, nhưng hấp dẫn như là truyện trinh thám. Có không ít những quyển sách kiểu như vậy, giúp cho học sinh tò mò thích học toán.

Thử liệt kê ra dây một vài phương pháp chung để gây tò mò:

- "Nửa kín nửa hở". Nửa kín nửa hở nhiều khi kích thích trí tưởng tượng và sự tò mò hơn là "hở cả".

- Tạo hy vọng (đoạt giải, kiếm lời, ..., ví dụ như kiểu "cà rốt treo trước mũi con lừa").

- Hiệu ứng "của lạ". Những thứ (số liệu, khẳng định, hình ảnh,

v.v.) “lạ”, gây ngạc nhiên. Ngạc nhiên dẫn đến tò mò.

- Những điều (tưởng chừng như là) phi lý, mâu thuẫn, khiến cho não “ray rứt”.

- Tạo “challenges” (thách thức). Sướng không có nghĩa là dễ, khó không có nghĩa là khổ. Làm những cái khó (mà có thể làm được) có thể đem lại khoái cảm hơn nhiều là làm cái dễ.

- Nguyên tắc bắc cầu: cái gì liên quan được đến những cái gây tò mò, thì bản thân nó cũng sẽ gây tò mò.

2.10 Rèn luyện khả năng suy nghĩ sâu sắc

Nên: Giúp trẻ em rèn luyện khả năng suy nghĩ sâu sắc (deep thinking).

Thế nào là suy nghĩ sâu sắc ? Một số đặc trưng của suy nghĩ sâu sắc là:

- Suy luận bắc cầu nhiều bước, chứ không dừng lại ở 1-2 bước đầu tiên (như trong chơi cờ: người suy nghĩ sâu là người tính trước mấy nước đi).

- Nhìn một vấn đề từ nhiều chiều nhiều hướng khác nhau, chứ không chỉ nghĩ “một chiều”.

- Tìm cách “nhận dạng” vấn đề và sự liên quan đến các vấn đề khác.

- Không thỏa mãn với những câu trả lời “đơn giản hóa”, “giáo điều”, mà đi tìm những “lời giải thích” sâu sắc hơn.

- Lật đi lật lại vấn đề, kiểm tra các suy luận và thông tin.

- Suy nghĩ lâu về một vấn đề.

Trong đời sống của con người, hầu hết các hoạt động được làm theo phản xạ mà không cần suy nghĩ hoặc chỉ cần suy nghĩ đơn giản 1-2 bước. Nhưng có những việc quan trọng, đòi hỏi khả năng suy nghĩ sâu, ví dụ như phân tích tình hình, vạch chiến lược, hay là nghiên cứu một vấn đề xã hội hay một vấn đề khoa học. Những người "bình dân" có thể ít khi suy nghĩ sâu sắc, nhưng những người muốn tự nhận mình là "trí thức", không thể không biết suy nghĩ một cách độc lập và sâu sắc.

Khả năng suy nghĩ sâu sắc không phải tự nhiên sinh ra mà có (trẻ em suy nghĩ rất giản đơn), mà là một kỹ năng có thể được tăng dần lên qua quá trình luyện tập thành thói quen. Theo các nhà thần kinh học thì không chỉ các kiến thức, mà cả các kỹ năng của con người cũng được ghi trong bộ nhớ của não. Tương tự như là máy tính, kiến thức thì được nhớ ở dạng dữ liệu (data) còn kỹ năng được nhớ ở dạng chương trình (programs). Trong đó có các "bản năng", là các kỹ năng từ lúc sinh ra đã có sẵn trong bộ não, ví dụ như bản năng nghe nhìn, ăn uống, tự vệ, v.v. (những thứ không ai dạy cũng biết làm ở mức độ nào đó), và các kỹ năng còn lại là do học được trong quá trình sống. Tất nhiên các kỹ năng có thể tốt lên (nếu được sử dụng và luyện tập thường xuyên) hoặc tồi đi cùng với thời gian.

Để có kỹ năng suy nghĩ sâu sắc, thì không có cách gì khác, là phải thường xuyên được luyện tập suy nghĩ sâu sắc. Một anh bạn tôi gốc do Thái (nhưng không theo đạo Do Thái) có kể cho tôi một câu chuyện thú vị sau: đạo Do Thái rất là phức tạp, rất nhiều luật lệ, và những người theo đạo, từ đứa trẻ con, phải nghiêm chỉnh tuân thủ

các luật đó. Có điều các luật đó lại mâu thuẫn với nhau, nhưng có một luật là: nếu 2 luật mâu thuẫn nhau, thì áp dụng luật nào quan trọng hơn (higher priority) trong hai luật đó.

Ví dụ, ngày thứ bảy không được lái xe ô tô và nói chung không được làm việc gì cả. Nhưng đúng hôm đó vợ đẻ mà không có cấp cứu thì sao? Nếu không chở xe đưa vợ đến bệnh viện, mà để ở nhà, thì vợ có thể chết, nhưng sự sống là quan trọng nhất. Bởi vậy trong trường hợp đó phải lái xe chở vợ đến bệnh viện. Đưa vợ vào đến viện rồi thì phải đi bộ (không còn lý do để đi xe nữa). Thế nhưng không được để xe trước cửa bệnh viện (cản đường người khác, có thể làm người khác bị chết) nên phải lái xe đi ra khỏi bệnh viện để vào chỗ nào đó đã. Thế nhưng đi cách khỏi cổng bệnh viện bao nhiêu mét, đến chỗ nào thì phải dừng lại và đến chỗ nào thì chưa được dùng lại, là câu hỏi khó tha hồ mà suy nghĩ! Luật lệ về ăn uống của người Do Thái cũng khá phức tạp, có nhiều cái cấm ăn. Thế nhưng lại có luật là "nếu ở chỗ đông người, thì không được làm ảnh hưởng xấu đến không khí ở chỗ đó", nên nếu vì không ăn cái gì đó mà làm những người xung quanh mếch lòng, thì có khi họ vẫn ăn.

Từ khi nhỏ tuổi người Do Thái đã luôn gặp các tình huống phải suy nghĩ như vậy, khiến họ luôn luôn suy nghĩ, và "tự nhiên" trở thành các "thinkers". Điều này một phần giải thích tại sao có nhiều người Do Thái thông minh. Người Việt Nam cũng có tiếng là "thông minh" (hay "khôn vặt" có khi chính xác hơn), vì luôn luôn "nghĩ mẹo".

Trong hầu hết các môn học đều có những câu hỏi, những vấn đề đòi hỏi phải suy nghĩ sâu. Có điều học sinh có được luyện suy nghĩ hay không, còn phụ thuộc vào cách dạy và cách thi cử. Nếu học chỉ

để cốt nhớ như con vẹt, và khi đi thi cứ nhớ như vẹt là yên tâm được điểm cao còn "lý sự" lại bị trừ điểm, thì chẳng còn gì để mà suy nghĩ.

Lấy ví dụ môn sinh vật, là một môn rất hay, có rất nhiều cái để tò mò, khám phá, để suy luận. Nhưng mới đây khi tôi cầm xem một quyển sách về "học sinh vật qua các câu hỏi trắc nghiệm" bậc PTTH thì phát sợ. Tôi không thể hình dung nổi làm sao học sinh phổ thông trung học có thể nhớ hết tất cả đống thông tin rời rạc về sinh vật trong quyển sách đó. Một đề bài thi trắc nghiệm sinh vật chỉ có 60 phút mà có những 40 câu hỏi. Để trả lời được 40 câu hỏi thì phải nhớ và trả lời như cái máy thôi, chứ làm sao có thể "suy nghĩ" và "hiểu" gì, trừ khi là "thần đồng". Bây giờ mà tôi phải đi học phổ thông, thi môn sinh vật có khi được 2 điểm.

Hay là môn lịch sử, cũng là môn rất hay. Nhưng lối dạy và học hiện tại theo tổi hiểu là học để nhớ một đống các sự kiện ngày tháng, và nhớ luôn cả các bình luận lịch sử như "sách bảo" một cách giáo điều, mà không khuyến khích đào sâu suy nghĩ, khuyến khích "hiểu" lịch sử. Ông Nguyễn Ánh đã được sách gọi là "cõng rắn cắn gà nhà" thì học sinh sẽ chỉ biết có vậy, không được phân tích sâu thêm về ông ta, về hoàn cảnh lịch sử giai đoạn đó. Không kể đến những môn chính trị đặc giáo điều, hay môn triết học biến tướng thành chính trị, ai học phải những môn đó mà dám thể hiện là mình "nghĩ sâu, nghĩ độc lập", có khi "tiêu" luôn.

Môn toán thường được coi là môn học đòi hỏi phải suy nghĩ nhiều nhất (chứ không chỉ nhớ) trong các môn học. Điều này có lý, vì số lượng kiến thức cần nhớ trong toán tương đối ít so với những môn khác, nhưng các bài tập toán thường đòi hỏi phải suy nghĩ ít ra vài

ba bước, chứ không chỉ nhớ định lý, công thức là có ngay kết quả. Do đặc tính đó của môn toán, nên nó được dùng như là môn chủ đạo trong các kỳ thi tuyển vào đại học (kể cả cho các ngành mà về sau rất ít dùng đến kiến thức toán, nhưng cái gọi là "khả năng suy luận logic" thì hầu như ngành nào cũng dùng đến). Điều này là hợp lý, vì đề thi toán không chỉ nhằm kiểm tra kiến thức toán (tức là các công cụ toán học đã được học), mà còn nhằm kiểm tra khả năng suy nghĩ logic sâu sắc của học sinh.

Tất nhiên, để đạt được mục đích đó, thì trong đề thi cần có những bài đòi hỏi khả năng suy luận logic sâu sắc. Đề thi toán mà gồm toàn những câu hỏi tủn mủn, để đạt điểm cao không cần nghĩ sâu mà chỉ cần "nhớ nhiều, điền nhanh", thì sẽ mất đi tác dụng kiểm tra khả năng suy nghĩ của môn toán. Đó chính là điều đáng lo ngại về xu hướng thi trắc nghiệm hiện tại. (Bản thân việc thi trắc nghiệm có những ưu điểm của nó, nhưng kiểu ra đề thi trắc nghiệm với toàn những câu hỏi tủn mủn là điều đáng lo ngại).

Không phải bài tập nào, vấn đề nào, lý thuyết nào cũng sâu sắc (đòi hỏi suy nghĩ sâu) như nhau. Thế nào là một bài tập sâu sắc ? Trong môn toán, những bài tập nào mà thường chỉ làm có trong vòng 10 phút là xong thì thường được coi là "dễ, hiển nhiên", bài nào phải mất rất nhiều thời gian để suy nghĩ (có khi hàng tiếng đồng hồ hoặc hơn) thì là "sâu, khó". Trong các kỳ thi IMO, đề thi mỗi ngày chỉ có 3 bài tập, và học sinh được giải trong vòng 4 tiếng rưỡi 3 bài đó. Trên trang web của nhà toán học Gowers có một ví dụ thú vị sau đây về một bài tập sâu sắc(1):

(1)Xem http: //gowers.wordpress.com/2008/07/25/what-is-deep-mathematics/

Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ là một hàm số liên tục thỏa mãn tính chất sau: với bất kỳ số dương a nào, thì dãy số $f(a), f(2a), f(3a), f(4a), \ldots$ tiến tới 0. Chứng minh rằng $f(x)$ tiến tới 0 khi x tiến tới dương vô cùng.

Bài toán trên không đòi hỏi kiến thức gì quá cao (học sinh cuối PTTH có thể hiểu và giải được nó), nhưng sâu sắc vì nó đòi hỏi suy luận nhiều bước, hướng giải và lời giải không hiển nhiên. Những học sinh nào mà tự làm được những bài như vậy, có thể coi là "học sinh giỏi toán" (giỏi ở đây chính là giỏi suy luận logic, và kỹ năng này rất quí bất kể về sau học sinh đi theo ngành gì). Những học sinh mà nắm vững các khái niệm về giới hạn và liên tục nhưng vẫn không giải được bài như vậy, thì không có nghĩa là "dốt toán", mà chỉ là "không đến mức thật giỏi". Có những bài toán tổ hợp mà những học sinh học lớp 3 cũng có thể hiểu được, nhưng về độ sâu sắc thì cũng không kém gì bài trên.

Việc giao và khuyến khích học sinh làm những bài tập sâu sắc là cần thiết, nếu muốn học sinh luyện suy nghĩ sâu. Cũng như trong chơi cờ (cũng là một môn tốt cho rèn luyện suy nghĩ): nếu chỉ chơi với toàn đối thủ quá kém hơn mình, thì khó mà tiến bộ, phải chơi nhiều với những đối thủ giỏi hơn hoặc bằng mình mới nhanh tiến bộ. Nhưng nếu chơi với toàn đối thủ giỏi quá, chỉ toàn thua mà không thắng được lần nào, thì cũng dễ chán. Trong việc học cũng vậy: nếu giao toàn bài quá dễ cho học sinh, thì học sinh sẽ thấy nhàm chán, nhưng nếu toàn bài khó quá không giải được và không gợi ý hướng giải, thì cũng không phải là cách rèn luyện hiệu quả. Nếu cho bài quá khó học sinh không giải được, rồi sau đó lại cho lời giải bắt học sinh học thuộc, thì cũng ít có suy nghĩ gì của học sinh ở đó.

Những tờ báo toán học cho học sinh phổ thông, như Kvant (của Nga), Mathematical Monthly (Mỹ), hay Toán Học Tuổi Trẻ,với những câu chuyện và bài tập sâu sắc trong đó, rất có ích cho việc giúp học sinh rèn luyện khả năng suy nghĩ sâu. (Tiếc là báo Toán Học Tuổi Trẻ có lúc không còn "sâu sắc" mà ngả theo hướng"luyện thi").

2.11 Đổi mới liên tục

Nên: Thỉnh thoảng thay đổi môn dạy nếu có thể. Nếu dạy một môn nhiều lần, thì cải tiến thường xuyên phương pháp và nội dung.

Không nên: Dạy mãi năm này qua năm khác một môn, với giáo trình nhiều năm không thay đổi.

Các chức vụ quản lý lãnh đạo thường có nhiệm kỳ, và thường có nguyên tắc là không ai làm quá 2 nhiệm kỳ ở cùng 1 vị trí. Lý do là để tạo sự thay đổi cải tiến thường xuyên, tránh sự trì trệ. Ngay trong việc dạy học cũng vậy: một người mà dạy quá nhiều năm cùng một thứ, thì dễ dẫn đến nhàm chán trì trệ. Để tránh chuyện đó, có những cơ sở đại học có qui định là các môn học cũng có nhiệm kỳ: ai mà dạy môn nào đó được 4-5 năm rồi thì phải giao cho người khác đảm nhiệm, trừ trường hợp không tìm được người thay thế.

Nhiều khoa toán có phân chia việc dạy các môn cho các tổ bộ môn, ví dụ môn "phương trình vi phân" thì chỉ dành cho người của tổ bộ môn phương trình vi phân dạy. Việc phân chia như vậy có cái lợi là đảm bảo chất lượng dạy,đặc biệt là trong điều kiện trình độ giảng viên nói chung còn thấp, phải "chuyên môn hóa" trong việc dạy để đảm bản chất lượng tối thiểu. Tuy nhiên nó có điểm hạn chế, là nó

tạo ra xu hướng người của tổ bộ môn nào sẽ chỉ biết chuyên ngành hẹp đấy, tầm nhìn không mở rộng ra. Ở một số trường đại học tiên tiến, nơi có nhiều giảng viên trình độ cao (và với nguyên tắc là đã là giáo sư hay giảng viên cao cấp thì đủ trình độ để dạy bất cứ môn nào trong các môn toán bắt buộc ở bậc cử nhân), công việc giảng dạy không phân chia theo tổ bộ môn hẹp như vậy, mà giảng viên (cao cấp) nào cũng có thể đăng ký dạy bất cứ môn nào ở bậc cử nhân.

Tất nhiên, việc thay đổi môn dạy đòi hỏi các giảng viên phải cố gắng hơn trong việc chuẩn bị bài giảng (mỗi lần đổi môn dạy, là một lần phải chuẩn bị bài giảng gần như từ đầu), nhưng đổi lại nó làm tăng trình độ của bản thân giảng viên, giúp cho giảng viên tìm hiểu những cái mới (mà nếu không đổi môn dạy thì sẽ không tìm hiểu, do sức ỳ). Đặc biệt là các môn ở bậc cao học: việc chuẩn bị bài giảng cho một môn cao học mới có thể giúp ích trực tiếp cho việc nghiên cứu khoa học của giảng viên.

Tôi có một số kinh nghiệm cá nhân về việc này. Ví dụ như một lần năm 1999 tôi nhận dạy 1 học kỳ cao học về hệ động lực Hamilton, và trong quá trình đọc tài liệu để chuẩn bị bài giảng cho môn đó, tôi phát hiện ra một số vấn đề cơ bản liên quan đến dạng chuẩn địa phương của hệ động lực chưa được nghiên cứu, và điều đó thúc đẩy tôi nghiên cứu được một số kết quả khá tốt. Năm 2008 tôi nhận dạy môn đại số (mở rộng trường và một ít đại số giao hoán) cho sinh viên toán năm thứ 4, tuy rằng trước đó tôi hầu như không đụng chạm đến những thứ đó. Việc dạy môn đại số đã giúp tôi nắm chắc thêm được một số kiến thức về đại số, ví dụ như hiểu thêm ý nghĩa của tính chất Noether (đây là tính chất đặc trưng của "đại số", đối ngược với "giải

tích”).

Tất nhiên có nhiều người, do điều kiện công việc, phải dạy cùng một môn (ví dụ như môn Toán lớp 12) trong nhiều năm. Để tránh trì trệ trong trường hợp đó, cần thường xuyên cải tiến phương pháp và nội dung giảng dạy (đưa vào những ví dụ minh họa mới và bài tập mới từ thực tế hiện tại, sử dụng những công nghệ mới và công cụ học tập mới, tìm các cách giải thích mới dễ hiểu hơn, v.v.)

2.12 Hài hòa giữa các thái cực

Nên: Kết hợp hài hòa giữa các thái cực.

Không nên: Rơi vào thái quá.

Trên thế giới có rất nhiều thái cực (hay còn gọi là “âm dương”, “lưỡng nguyên”), ví dụ như nam-nữ, đêm-ngày, vua-tôi, chung-riêng, tư bản-xã hội, v.v. Sự phát triển của thế giới dựa trên sự kết hợp hài hòa, “chung sống hòa bình” của các thái cực, chứ nếu cực nào “thái quá”, lấn át quá mức đối cực, thì có thể dẫn đến khủng hoảng. Ví dụ như tư bản hoang dã (thiếu yếu tố xã hội) thì dẫn đến cách mạng vô sản. Nhưng ngược lại, mô hình kinh tế cộng sản của Liên Xô (thiếu yếu tố tự do tư bản) cũng không thọ được lâu.

Trong giáo dục cũng vậy, việc dạy và học hiệu quả phải dựa trên sự kết hợp hài hòa giữa các thái cực, nếu rơi vào tình trạng thái quá theo bất cứ cực nào thường cũng dẫn đến kết quả không tốt.

Ở đây, tôi sẽ điểm qua một số thái cực tiêu biểu trong giáo dục.

Bắt chước – sáng tạo

Quá trình học tự nhiên một kiến thức hay kỹ năng nào đó gồm cả hai phần bắt chước và sáng tạo. Ví dụ như một đứa trẻ nhỏ học nói: nó bắt chước nói lại những từ ngữ nó hay nghe được (và bắt chước luôn cả giọng nói, ngữ điệu, v.v.), rồi đến nói các câu mà nó sáng tạo được từ các từ ngữ câu cú mà nó đã biết, nhằm mục đích gì đó. Sáng tạo có thể sai (trẻ con nói nhiều câu ngây ngô, hay các lý thuyết vật lý mới có nhiều lý thuyết có thể cũng rất ngây ngô), nhưng muốn sáng tạo được thì phải không sợ sai, không sợ "khác người", không bị hoặc không sợ người khác chê cười hoặc phạt khi sai, khi "khác người". Và tất nhiên cũng phải có kiến thức đã hấp thụ (phần lớn qua bắt chước) để lấy đó làm cơ sở sáng tạo.

Lối giáo dục "cổ hủ" (khá phổ biến ở Việt Nam) là chỉ dạy bắt chước chứ ít phát huy sáng tạo của học sinh, hay tệ hơn là "trù dập sáng tạo". Ví dụ như bình luận về lịch sử, học sinh có khi không được bình luận theo suy nghĩ và câu chữ riêng của mình, mà cứ phải học vẹt đoạn bình luận mà cô giáo đã cho sẵn thì mới được cô cho điểm tốt.

Ở Pháp, có thời người ta lại thái quá theo hướng ngược lại: tức là quá chú trọng chuyện sáng tạo mà quên rằng bắt chước cũng là khâu quan trọng trong việc học (và trong cả các thứ khác: Nhật Bản trước khi cạnh tranh thắng Mỹ về xe hơi, thì cũng phải bắt chước làm xe hơi giống các nước Âu-Mỹ đã chứ không sáng tạo ngay lập tức được; hay như Trung Quốc làm nhái đồ điện tử nhưng đang trên đà trở thành một trong những trùm thế giới về thiết kế đồ điện tử). Thậm

chí người ta không muốn dạy học sinh định lý toán mà muốn học sinh sáng tạo ra chúng. Nếu lúc nào cũng đòi "sáng tạo" mà không chịu "bắt chước", thì sẽ học được rất ít cái mới (mới ở đây là mới đối với người học, chứ không phải là chưa ai biết), và không cẩn thận sẽ thành "ếch ngồi đáy giếng".

Ở Nga có truyện tiếu lâm về một anh chàng "nhà quê ra tỉnh" tự nhận mình là nhà văn. Mọi người hỏi anh ta thấy truyện của Lev Tolstoi thế nào, anh ta bảo chưa đọc bao giờ, hỏi về Pushkin cũng chưa đọc bao giờ,... hỏi về nhà văn nổi tiếng nào cũng không đọc. Khi hỏi anh ta làm thế nào, thì anh tả trả lời là anh ta "chỉ viết chứ không đọc". Ở Việt Nam cũng có những người bị "bệnh" ếch ngồi đáy giếng lầm tưởng mình là "nhà khoa học và giáo dục lớn của thế giới", "một trong mấy trăm bộ óc vĩ đại của nhân loại".

Lý thuyết – thực hành

Trong cả hai trường hợp: học nhiều lý thuyết "suông" mà không làm bài tập thực hành, hoặc là chỉ làm nhiều bài tập mà được học rất ít lý thuyết, học sinh đều sẽ chỉ nắm được ít kiến thức: học sinh khó mà "tự nghĩ ra" lý thuyết dù có làm bao nhiêu bài tập, và học lý thuyết mà không có bài tập đi kèm thì cũng khó mà hiểu bản chất và biết cách sử dụng. Cả hai sự thái quá này đều xảy ra trong thực tế.

Ví dụ, có những môn toán ở đại học dạy toàn khái niệm và định lý trừu tượng mà thiếu ví dụ và bài tập cụ thể, và ngược lại có những môn toán toán ở bậc phổ thông mà học sinh phải làm quá nhiều bài tập vượt ra ngoài phạm vi của lý thuyết trong chương trình. Để giải

quyết tình trạng đó, cần có thêm các giờ thực hành (làm bài tập) ở bậc đại học, và ngược lại ở bậc phổ thông cần đưa thêm các ý tưởng toán học trong sáng vào phần lý thuyết, thay vì giải thật nhiều bài tập với đủ kiểu mẹo mực rắm rối nhưng thiếu tính cơ bản và hệ thống.

Kỷ luật – tự do

Kỷ luật quá thì nghẹt thở, tự do quá thì loạn. Trong giáo dục, lối cổ truyền nhiều khi quá khắt khe, cha mẹ thầy cô sẵn sàng đánh trẻ em hoặc dùng hững hình phạt nhục hình khác. Lối giáo dục như vậy có xu hướng biến con người thành "nô lệ" chỉ biết phục tùng. Nhưng trong thời đại mới lại có sự thái quá theo hướng ngược lại: cha mẹ thầy cô có khi bất lực vì không dám nghiêm khắc với trẻ em, không biết làm sao để giữ kỷ luật.

Có giảng viên rất "khó tính". Sinh viên lặn lội đi học từ xa mấy chục km đến muộn 5 phút cũng bị đuổi không được cho vào lớp, nhưng là "khó tính" với sinh viên trong khi lại "dễ tính" với bản thân, tự mình có những khi đi muộn hay không chuẩn bài giảng tử tế. "Kỷ luật" kiểu như vậy không làm cho sinh viên phục, mà chỉ làm cho họ thấy bất công. Có giảng viên thì lại "giảng bài" kiểu hì hụi chép các thứ lên bảng trong khi sinh viên ở dưới làm việc riêng, nói chuyện riêng ào ào. Làm như vậy thì cũng không được sinh viên tôn trọng. Và không giữ được kỷ luật trong lớp thì chất lượng dạy cũng khó mà tốt được, khi mà sinh viên nào muốn học cũng khó học nổi trong một lớp ồn ào hỗn loạn.

Trừu trượng – cụ thể, hình thức – trực giác

Công dụng của toán học nằm ở chỗ nó có thể dùng để giải quyết các vấn đề nảy sinh trong thực tế (khoa học, công nghệ, kinh tế, xã hội, v.v.). Để giải quyết các vấn đề bằng toán học, cần làm các bước như sau:

- Mô hình hóa (trừu tượng hóa): chuyển một vấn đề "thực tế", "cụ thể", thành một vấn đề "toán học", "trừu tượng"

- Giải bài toán trừu tượng đã được lập ra, bằng các công cụ toán học

- Diễn giải (cụ thể hóa) nghiệm trừu tượng nhận được ở bước phía trên, thành lời giải cụ thể cho vấn đề "thực tế" ban đầu

Sức mạnh của toán học chính là nằm ở chỗ trừu tượng của nó. Ngôn ngữ trừu tượng toán học và quá trình mô hình hóa cho phép "biến những thứ khác nhau thành giống nhau" ("*give the same name to different things*", nói theo Henri Poincaré), để mà có thể dùng những công cụ toán học chung giải quyết rất nhiều bài toán thực tế đa dạng khác nhau. Các nhà toán học (đặc biệt là toán lý thuyết) chỉ làm việc trên các đối tượng toán học trừu tượng, nhưng tất nhiên nếu không thể "cụ thể hóa", chuyển đổi ngược lại những thông tin, lời giải toán trừu tượng thành những lời giải thực tế cho các vấn đề thực tế, thì toán học cũng sẽ vô dụng.

Có một câu chuyện thú vị về một nhà toán học Nga Xô Viết, khi được mấy kỹ sư quân sự đem đến một hệ phương trình hỏi phải thay đổi tham số thế nào cho nghiệm tốt hơn (vì là bí mật quân sự, họ không được phép nói các phương trình đó từ đâu ra), nhà toán học

này nhìn vào và nói "các anh phải làm cánh máy bay dài ra!" Tức là người ta có thể nhìn các thứ "trừu tượng, hình thức" mà biết ý nghĩa "thực tế" của chúng thế nào, nếu đạt đến trình độ nào đó.

Học sinh mà học toàn cái cụ thể, không có trừu tượng, thì không phải là "học toán", sẽ không nắm bắt được các công cụ toán học trừu tượng có sức mạnh giải quyết nhiều vấn đề. Nhưng ngược lại nếu học toàn trừu tượng, không có ví dụ ứng dụng cụ thể, thì là học "trên mây trên gió", tuy có học công cụ toán nhưng không dùng được chúng và không biết chúng dùng làm gì.

Để học các khái niệm toán trừu tượng tất nhiên cần ngôn ngữ hình thức. Nhưng chỉ cần ở mức độ vừa phải. Nếu "quá sính" ngôn ngữ hình thức, thì sẽ như là đem dao mổ bò đi cắt bánh mì, không cần thiết mà chỉ làm cho mọi thứ trở nên thêm rắm rối khó hiểu. Hay như Einstein có nói: *Everything should be made as simple as possible, but not simpler*.

Có một dạo (quãng những năm 1970s, 1980s) ở phương Tây (cũng như ở Nga) người ta quá sính đưa ngôn ngữ hình thức nặng nề vào sách toán phổ thông. Hệ quả là học sinh được học toán một cách quá hình thức rắm rối, toàn thứ trừu tượng trong khi không biết giải những bài toán ví dụ cụ thể. Cuộc cải cách toán ở Mỹ từ cuối những năm 1980 (gọi là "the new new math") để nhằm chống "chủ nghĩa hình thức trong dạy toán") thì lại rơi vào thái cực ngược lại: khi người ta cố gạt bỏ mọi thứ hình thức, trừu tượng, thì người ta cũng gạt luôn nội dung toán học ra khỏi môn toán, và học sinh học hết phổ thông cũng không còn biết gì về toán nữa. Đến nay người ta lại cải cách lại cho "cân bằng hơn".

Nói mở rộng ra, không chỉ trong toán, mà trong cuộc sống nói chung, hình thức là cái có vai trò khá quan trọng (tuy nhiên cần phân biệt giữa 2 loại hình thức: "hình thức bề ngoài", và "ngôn ngữ hình thức"). Có chuyện một siêu thị bán hai loại nho 1 loại có bọc ni lông đẹp đẽ, giá đắt, còn một loại để trong rổ bán giá rẻ. Thực ra hai loại nho đó là một, chỉ khác nhau ở cách "trình bầy", nhưng dân tình lại cứ thích mua loại đắt tiền mà trông hấp dẫn là loại rẻ tiền mà cùng chất lượng nhưng trông "không sang". Trong toán học cũng vậy, cùng là một lời giải hay kết quả toán học, nếu được trình bày một cách sáng sủa, cẩn thận, thì người ta sẽ thấy hay hơn là nếu trình bày một cách cẩu thả, u tối.

Các thứ hình thức, nghi lễ được đặt ra là có lý do của nó. Hãy tưởng tượng một nguyên thủ quốc gia mà lại ăn mặc lôi thôi và "tỏa mùi" trong một hội nghị quốc tế thì sẽ làm mất thể diện của nước đó thế nào. Nhưng hình thức cần đi đôi với nội dung. "Chủ nghĩa hình thức" là khi "rỗng ruột", chỉ có hình thức mà không có nội dung tương xứng, như kiểu "tiến sĩ giấy".Khi giáo viên cho điểm 9,10 cả những học sinh không biết gì cần học lại, hay là khi bảo cả lớp phải giơ tay xin phát biểu kể cả khi không có gì để phát biểu, đấy là chạy theo chủ nghĩa hình thức, giả dối.

Nhân nói về chuyện "đặt tên giống nhau cho các thứ khác nhau" (tức là thấy được sự giống nhau giữa các thứ khác nhau) có một bài toán đố thú vị sau đây:

Giả sử có 1 cái que nằm ngang, mà một con kiến đi từ đầu que đến cuối que hết 2 phút, và nếu đi đến cuối que thì rơi ra khỏi que. Bây giờ giả sử có 20 con kiến ở trên que (ở các vị trí khác nhau), đi

theo các hướng khá nhau (về phía 2 đầu khá nhau). Que hẹp, nên là khi hai con kiến đi ngược hướng đền cùng 1 điểm thì đụng đầu, quay ngược đầu lại và đi tiếp. (Vận tốc của các con kiến được giả sử là bằng nhau, và không đổi). Thử hỏi cần (ít nhất) bao nhiêu thời gian để chắc chắn rằng tất cả 20 con kiến sẽ rơi ra khỏi que?



Tôi có đem nó đố 1 lớp SV toán năm thứ nhất thuộc chương trình tiên tiến của ĐHQG trong một buổi nói chuyện. Sau 1 lúc có 1 bạn gái giải đúng (còn các bạn khác mới đưa ra các giả thuyết). Về sau TS Lê Minh Hà phụ trách chương trình tiên tiến đó có nói lại với tôi rằng bạn gái đó là môt bạn từng tham gia thi IMO được huy chương vàng (nếu tôi nhớ không nhầm).

Tôi cũng có đem bài này đố con mình, rồi viết lại tỉ mỉ thành một chương trong quyển sách "*Những bài giảng về toán cho Mirella*" (Quyển I, Sputnik Education phát hành năm 2015).

Chương 3

Thảo luận với các giảng viên trẻ

Vào năm học 2012-2013, Khoa Toán Đại học Toulouse (nơi tôi làm việc) lần đầu tiên nhận người Việt Nam (là nghiên cứu sinh hoặc mới bảo vệ tiến sĩ) làm ATER (attaché temporaire d’enseignement et de recherche – phụ giảng ngắn hạn). Và họ nhận liền một lúc những bốn bạn. Vấn đề dạy học bỗng trở nên có tính thời sự đặc biệt: các bạn ATER này phải cố gắng dạy sao cho tốt, không gây tai tiếng, để giữ uy tín cho chương trình hợp tác Pháp-Việt về toán. Vì thế, tôi có tổ chức hai buổi thảo luận ở Toulouse, vào các chiều thứ sáu ngày 07/09/2012 và 14/09/2012,để trao đổi về triết lý, kinh nghiệm và kỹ năng dạy học. Ngoài bốn bạn ATER, còn có khoảng chục bạn khác cũng tham dự, là những người đã hoặc sẽ giảng dạy và nghiên cứu. Chương sách này dựa trên những ghi chép từ hai buổi thảo luận đó.



Ảnh chụp cùng các SV và NCS toán Việt Nam tại Toulouse, 20/11/2010:
T.H.Minh - Đ.N.Minh - L.H.Yến - P.V.Hùng - P.V.Mạnh - M.T.B.Ngọc - P.T.Tùng
N.Đức Anh - N.Minh Hoàng - N.T.Liên - N.T.Dũng - D.T.Trang
N.V.Minh - N.T.Thiên - L.H.Chinh - D.Q.Hải

3.1 Dạy học là một nghề cao quí

In a completely rational society, the best of us would aspire to be teachers and the rest of us would have to settle for something less, because passing civilization along from one generation to the next ought to be the highest honor and the highest responsibility anyone could have.
– Lee Iacocca

Trước khi bàn đến việc làm sao để dạy tốt, có lẽ không thừa khi khẳng định lại một lần nữa rằng, dạy học là một nghề cao quí, và một khi đã dạy học thì cần làm sao để khỏi hổ thẹn với sự cao quí đó.

Không chỉ giáo viên mới có trách nhiệm dạy học, mà dạy học là sứ mệnh của hầu hết những người có tư tưởng, trình độ cao trong xã hội. Những nhân vật vĩ đại trong lịch sử cũng đều là những người thầy. Buddha, Khổng Tử, Plato, v.v., cho đến Einstein, Dalai-Lama đều là những người thầy, qua các lời nói và hành động của họ mà họ đã truyền đạt lại được những tư tưởng lớn cho các thế hệ tiếp nối.

Các nhà khoa học lớn, ngoài sứ mệnh nghiên cứu khoa học còn một sứ mệnh khác là đào tạo đội ngũ khoa học mới qua việc giảng dạy của mình. Các bác sĩ cũng vậy, ngoài việc chữa bệnh, còn có việc đào tạo các bác sĩ mới, v.v. Không có dạy học, thì không có sự nối tiếp và phát triển của xã hội.

3.2 Giá trị của người thầy

A teacher affects eternity; he can never tell where his influence stops
— Henri Brooks Adams

Như Henri Adams đã nói, một người thầy ảnh hưởng đến muôn vàn thế hệ, ông ta không thể biết được ảnh hưởng của ông ta sẽ dừng ở đâu. Những giá trị mà một người thầy truyền đạt được cho các học trò trực tiếp của mình, sẽ tiếp tục được các học trò truyền đạt cho thế hệ tiếp theo, rồi cứ thế tiếp tục truyền đạt mãi.

"Tài sản" lớn nhất của một người thầy không nằm ở nhà cửa tiền nong mà người thấy đó có được, mà nằm ở chính các thế hệ học trò mà người thầy đã đào tạo được. Một trong những niềm vui và niềm tự hào lớn nhất của người thầy là có được các học trò giỏi, thành đạt, có tình nghĩa, ở các nơi khác nhau, đi đâu cũng gặp học trò của mình.

Giá trị của người thầy không tính được bằng tiền, nhưng nếu cứ thử dùng thước đo tài chính, thì cũng ra được những con số lớn. Ví dụ, một người thầy từng có hàng nghìn học trò. Nhờ thầy mà cuộc sống và sự nghiệp của mỗi trò tốt lên thêm một nghìn USD (so với nếu không có thầy hay là gặp phải thầy không tốt bằng), thì tổng giá trì mà thầy đem lại cho các trò đã tính theo đơn vị hàng triệu USD. Kiểu tính toán như thế này tất nhiên là thô thiển, nhưng nó cũng cho thấy giá trị của người thầy là rất lớn.

Tất nhiên, để có được giá trị lớn, thì phải là một người thầy tốt, vì một người thầy tồi thì đem lại được ít giá trị cho học trò, cho xã hội, hoặc thậm chí cá biệt có thể làm hại học trò. Bởi vậy, một khi đã làm thầy, cần luôn cố gắng để trở thành người thầy tốt. Kể cả khi mà việc dạy học bị trả thù lao thấp, hay là dạy không công đi nữa, thì cũng không vì thế mà người thầy có thể "tự cho mình" quyền dạy ẩu, dạy nhảm nhí. Một người thầy mà làm như vậy sẽ là tự hạ thấp giá trị của mình, và hạ thấp thì dễ nhưng nâng nên lại thì khó hơn. Bởi vậy, bất kể dù lương lậu ra sao, đã dạy là nên cố gắng dạy tốt. Dù xã hội có bất công đến đâu, thì những gười dạy giỏi vẫn sẽ dễ tìm được những chỗ trọng dụng và trả công xứng đáng hơn là những người dạy kém.

3.3 Chất lượng ngày càng quan trọng

Our future depends on the quality of education of our children today
— Arnold Schwarzenegger

Một người thầy tốt thì đem lại giá trị rất lớn cho xã hội. Nhưng giá trị xã hội của một người thầy "làng nhàng", dạy không hay, thì không được cao. Đặc biệt có những người dạy điều sai điều xấu cho học trò, khi đó thì không những không có giá trị, mà còn là giá trị âm, làm hại học trò và xã hội. Muốn có giá trị cao, thì phải có chất lượng tốt. Điều này đặc biệt đúng trong giáo dục.

Nhiều khi học sinh phải học một người thầy dở trong giờ học chính thức vì không có lựa chọn nào khác. Nhưng đối với học ngoại khóa hay trường tư có thể sẽ có nhiều lựa chọn hơn, và khi đó những người dạy tốt sẽ sớm thu hút được người đến học còn người dạy tồi không thu hút được người học trừ khi dùng những mánh khóe bắt ép. Ngay ở Toulouse, tôi có từng chứng kiến những trường hợp có hai giáo sư cùng dạy một môn ở hai giảng đường khác nhau (vì đông sinh viên nên chia ra thành vậy), chỉ sau một thời gian ngắn phần lớn các sinh viên ở giảng đường của giáo sư dạy chán chạy sang ngồi học bên giáo sư dạy hay.

Trong thời đại thông tin, sự phân biệt giá trị giữa chất lượng thấp và chất lượng cao ngày càng rõ rệt. Ví dụ, một người thầy có khả năng giảng một bài thật hay. Nếu thầy chỉ giảng cho một lớp học, thì thường có vài chục hay cùng lắm là vài trăm học sinh được tham dự bài giảng rất hay đó. Nhưng cùng với công nghệ thông tin, bài giảng

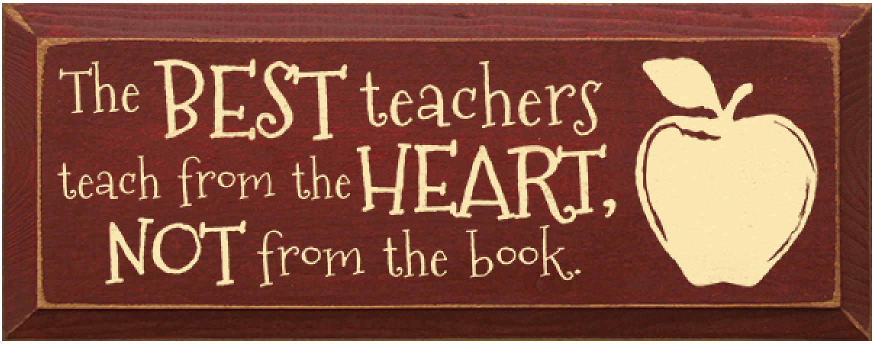
rất hay này có thể được đưa lên internet, và không chỉ là vài trăm, mà là vài chục nghìn hay thậm chí vài trăm nghìn người sẽ được trực tiếp thưởng thức bài giảng hay này. Nhìn từ khía cạnh kinh tế, một bài giảng hay để trên internet như vậy sẽ có giá trị cho xã hội lên đến hàng nghìn hay hàng chục nghìn USD. Trong khi đó, những bài giảng dở thì chẳng ai muốn nghe, chẳng có giá trị gì mấy, nếu không nói là chỉ làm mất thời giờ của người nghe giảng.

Khi mà học sinh không có lựa chọn về thầy, thì thầy dạy dở học sinh cũng phải cố mà đi học. Nhưng khi xã hội mở ra, lựa chọn nhiều hơn, có thể học những người thầy dạy rất hay ở xa qua internet thay vì học trực tiếp người dạy dở, thì nói chung họ sẽ chọn lựa học thầy dạy hay dù là có ít được tiếp xúc trực tiếp.

Đối với các tài liệu và dụng cụ học tập, ví dụ như sách giáo khoa, cũng vây: chất lượng ngày càng trở nên quan trọng. Khi có thể được chọn lựa sách học, thì sẽ không còn chỗ đứng cho những sách viết dở, khô khan, rắm rối, giáo điều, trong khi đó những sách viết hay, hấp dẫn, giải thích đúng bản chất và dễ hiểu, sẽ được nhiều học sinh chọn lựa, trở nên có giá trị cao.

3.4 Trước hết là thương yêu trò

Làm sao để thành công, đạt chất lượng cao trong việc dạy học? Có rất nhiều điểm trong triết lý giáo dục, phương pháp giảng dạy, tư cách người thầy, v.v. mà chúng ta sẽ phải tuân theo nếu muốn trở thành một người thầy tốt. Nhưng qui tắc đầu tiên có lẽ là: người thầy tốt trước hết phải là người thương yêu học trò. Muốn thành công



trong bất cứ nghề gì thì phải yêu nghề đó. Điều này đặc biệt đúng trong giáo dục. Không thể nói là yêu nghề giáo, nếu như không có tình yêu thương dành cho học trò.

Trong lúc thảo luận, bạn T. nêu câu hỏi: *Thế nào là yêu thương học trò?*

Tình yêu thương học trò thể hiện ở chỗ nào? Theo tôi, nó thể hiện trong toàn bộ các hành động, lời nói của chúng ta trong quan hệ đối với học trò, chứ không phải là ta cứ nói "tôi yêu học trò" thì có nghĩa là ta yêu học trò.

Cảm thông với các khó khăn của học trò, lắng nghe và trả lời các câu hỏi của học trò, cố gắng dạy cho đúng cho hay, cho học trò những lời khuyên tốt nhất cho trò chứ không phải là cho mình, không sỉ nhục học trò, không bắt nạt hay ăn chặn học trò, cố gắng hiểu nguyên nhân vì sao học trò lại "dốt, lại "hư" để tìm cách giúp học trò tốt lên, v.v. Tất cả những điều đó là thể hiện sự yêu thương học trò.

Người Pháp có một câu nói rất hay: *Thời gian là tình yêu*. Yêu ai

tức là dành thời gian cho người đó. Yêu học trò, tức là dành thời gian quan tâm đến học trò. Hãy dành nhiều thời gian cho học trò, cho việc chuẩn bị bài giảng, cho việc tìm hiểu về giáo dục học, cho việc rèn luyện các kỹ năng dạy học của mình, cho việc cập nhật kiến thức, v.v. Khi đó sẽ càng ngày càng trở thành một người thầy tốt.

Người Do Thái có nhiều châm ngôn rất hay, trong đó có câu chuyện sau: Một ông bố có con hư hỏng, ăn cắp, tội phạm, v.v., đến gặp một cha đạo Do Thái để hỏi phải làm gì với con bây giờ, có nên từ nó không. Ông cha đạo nói: “Ông phải yêu con hơn nữa”. Tình yêu thương mới có sức mạnh làm cho con người ta tốt lên.

Người thầy cũng vậy. Khi gặp một học trò dốt, trò hư, thì sỉ nhục nó là “sao mày hư thế, dốt thế” chẳng có tác dụng làm cho nó giỏi lên hay ngoan lên. Thay vì mắng nó chung chung “cho sướng mồm, cho hả cơn giận”, nếu có thể bình tĩnh tìm hiểu nguyên nhân vì sao nó “hư”, nó “kém”, rồi giải thích cho nó cụ thể hơn là “nó kém điểm nào, tư cách không tốt điểm nào, có thể làm thế nào cho tốt lên” thì có ích cho học trò hơn.

Tất nhiên, nói chung không thể đòi hỏi thầy phải yêu trò nhiều như là bố mẹ yêu con. Bố mẹ có thể hy sinh rất nhiều thứ vì con, và không thể đòi hỏi thầy cũng phải hy sinh như vậy vì trò. Nhưng người thầy tốt có thể chấp nhận hy sinh những thứ không quan trọng lắm (ví dụ như bớt giải trí), khi có trò cần đến mình. Một bạn đồng nghiệp của tôi là giáo sư ở bên Anh có nói: “*A student is sacred*“. (Học trò là thiêng liêng). Đấy cũng là quan niệm của nhiều nơi trên thế giới về học trò: đã nhận ai làm trò, là phải có trách nhiệm rất lớn với người đó.

Bạn C. đặt câu hỏi ngược lại: *Thế trò có phải yêu thầy không?*

Theo tôi, quan hệ thầy/trò là một quan hệ không đối xứng, trong đó người thầy ở thế chủ động hơn là người trò. Việc trò có yêu thầy, yêu trường hay không chủ yếu phụ thuộc vào việc trò được thầy, được trường đối xử ra sao. Nếu người thầy thực sự thương yêu trò, dạy những điều tốt, dạy hay, thì hầu hết các học trò sẽ nhận thấy điều đó, và kể cả trò "dốt", trò "hư" cũng sẽ yêu thầy. Còn nếu trò ghét thầy, thì lỗi chủ yếu nằm ở thầy chứ không phải ở trò: khi một giáo viên tỏ ra khinh miệt, ghét bỏ, bất cần học trò, thì tất nhiên khó đòi hỏi học trò phải yêu giáo viên đó.

3.5 Chất lượng dạy học không tự dưng mà có

Who dares to teach must never cease to learn – John Cotton Dana

Theo lẽ tự nhiên, mỗi người có môt số năng khiếu bẩm sinh khác nhau. Có người có năng khiếu về truyền đạt và dạy học hơn người khác: kể chuyện hấp dẫn hơn, bình tĩnh và hiền hậu hơn khi tiếp xúc với học sinh, v.v. Tuy nhiên, kể cả khi có năng khiếu về dạy học, thì cũng không thể trở thành một người thầy giỏi ngay được, mà vẫn cần có sự học hỏi rèn luyện thường xuyên. Những người ban đầu dạy dở, nhưng nếu ý thức được là mình dạy dở, tìm ra được những nhược điểm của mình trong khi dạy và rèn luyện để sửa chữa chúng, thì cũng sẽ càng ngày càng trở thành người thầy có giá trị.

Như ông Dana có nói rất hay, một người đã nhận mình là thầy, thì cả đời phải học hỏi để nâng cấp bản thân mình cho xứng đáng là

thầy. Kể cả khi đã là một người thầy giỏi, vẫn luôn có những thứ để mà học, để thành người thầy giỏi hơn nữa: cập nhật kiến thức khoa học, tìm hiểu sâu thêm về tâm lý học, giáo dục học, thần kinh học, xã hội học, sửa các tật xấu của mình, v.v.

Tôi không dám nhận mình là người thầy giỏi. Và cho đến lúc viết những dòng này tôi vẫn có nhiều tật xấu ảnh hưởng đến công việc cả nghiên cứu lẫn giảng dạy (ví dụ như tính bừa bộn và không cẩn thận, thật là khó sửa). Tuy nhiên sau hơn 10 năm làm GS ở Toulouse (kể từ năm 2002 – trước đó tôi làm nghiên cứu viên CNRS và rất ít khi giảng dạy), thì trình độ dạy học của tôi có tăng lên đáng kể. Thời gian đầu tôi dạy mắc phải rất nhiều lỗi, ví dụ như: giảng bài hay giải bài tập thì làm quá nhanh học sinh không kip theo; có lúc đang giảng giữa chừng thì tắc tịt vì chủ quan không chuẩn bị trước. Thậm chí lúc đầu tôi còn nói sai nhiều tiếng Pháp, kể cả về thuật ngữ toán học (do có những từ trước đó chẳng bao giờ dùng nên không biết, đến lúc đi dạy học mới dùng lần đầu, chủ quan nên nói sai). Sau nhiều năm sửa dần, tất nhiên các lỗi có giảm đi. Và ý thức của tôi về chuyện dạy học cũng khác đi. Thời gian đầu, dạy học đối với tôi chỉ là một việc phải làm "khoán" quấy quá cho xong chứ không có hứng thú gì. Nhưng về sau, tôi nhận ra một điều là, đã phàm làm bất cứ việc gì, là phải cố gắng làm cho nghiêm túc, không thì chính cái tư cách của mình, cái giá trị của mình sẽ bị giảm đi.

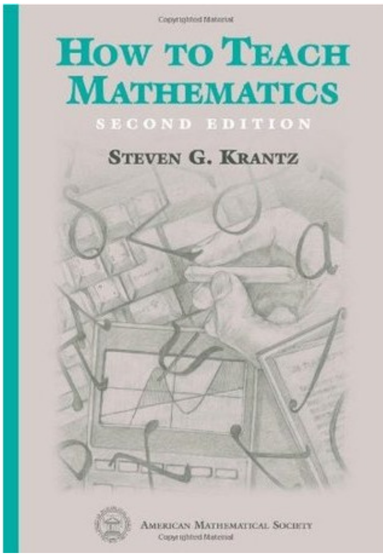
Tất nhiên, dạy càng lâu năm thì kinh nghiệm dạy học sẽ càng nhiều lên. Nhưng nếu chỉ đi theo "kinh nghiệm chủ nghĩa", chỉ dựa vào kinh nghiệm thôi, thì chưa đủ để trở thành người thầy tốt. Còn cần phải học hỏi nhiều thứ khác nữa, trong đó có các lý thuyết tiến

bộ hiện đại về giáo dục học, suy nghĩ, kiểm nghiệm dựa trên các lý thuyết cộng với thực tế mình có được, để tìm ra các phương pháp dạy cho tốt và thích hợp với cá tính của mình. Việc trao đổi thường xuyên với đồng nghiệp và thầy bà về vấn đề dạy học cũng là một trong các cách để học hỏi nhằm nâng cao phẩm chất người thầy.

Tài liệu về giáo dục học và những vấn đề liên quan thì rất nhiều. Để lấy gì đó làm điểm bắt đầu, xin giới thiệu với các bạn giảng viên trẻ ngành toán một quyển sách về dạy toán mà tôi thấy rất hay, đó là quyển:

Steven Krantz, *How to teach mathematics*.

(Có thể tìm bản điện tử trên mạng). Ông Krantz là một giáo sư toán học (chuyên về toán tứng dụng) lớn trên thế giới, và quyển sách trên là một quyển sách kinh điển về việc dạy toán.



Tuy viết về dạy toán, nhưng quyển sách của Krantz chứa nhiều lời khuyên mà giáo viên của bất kỳ môn học nào cũng dùng được. Chẳng hạn, một chi tiết nhỏ nhưng rất thú vị là: *Nên lau bảng thật sạch trước khi bắt đầu một bài giảng* (nếu là dùng bảng viết). Tấm bảng thật sạch như là một thứ lễ nghi nho nhỏ, chứng tỏ một sự ngăn nắp, một sự tôn trọng cả thầy và trò, và giúp cho thầy trò tập trung hơn

vào bài giảng.

Bài tập (giao cho các bạn ở Toulouse làm ATER) là đọc hết quyển sách của Krantz trong vòng một tuần. Những bạn trẻ nào đi xin việc phụ giảng ở các nơi trên thế giới, cũng nên đọc kỹ càng sách trên và một số sách khác về triết lý giáo dục, rồi ghi vào trong CV là đã đọc các sách đó, có thể sẽ được nơi tuyển việc chú ý hơn.

3.6 Sự tôn trọng học sinh

Có những người có thói quen sỉ vả xúc phạm học sinh, tỏ ra thiếu tôn trọng học sinh (một cách vô tình hay cố ý). Kể ra đây một số ví dụ cụ thể mà tôi biết để minh họa:

- Một người viết lên trên bài kiểm tra của một sinh viên làm bài kém là: "Anh là một hiểm họa cho xã hội". Trên bài kiểm tra khác thì viết: "Chị đi học làm gì cho tốn tiền nhà nước".

- Một người mắng học sinh là: "ngu như bò ... nói thế oan cho bò, bò cũng không ngu đến vậy".

- Một giáo viên đến lớp muộn 10-15 phút mấy lần không thấy làm sao, nhưng học sinh đi muộn 5 phút do nhỡ xe cũng đuổi ra khỏi lớp.

- Một giáo viên chỉ vào một học sinh từ nơi khác mới chuyển về Hà Nội (do bố mẹ chuyển công tác) nói với giọng miệt thị: "Sao bây giờ có lắm bọn về Hà Nội thế", v.v.

Ai đã từng đi học hay đi dạy lâu chắc đã đều chứng kiến những trường hợp miệt thị như vậy. Sự miệt thị, thiếu tôn trọng học sinh có nhiều nguyên nhân. Có thể là do sự ác cảm của giáo viên đối với học

sinh. Nhưng có những giáo viên yêu trò, quan tâm đến trò, nhưng vẫn có thói quen sỉ nhục trò. Điều này cũng tương tự như bố mẹ đánh đập sỉ nhục con cái vậy. Đó là một thói quen "gia trưởng", coi mình như là người có "quyền sinh quyền sát", không đếm xỉa đến tinh thần, tâm lý của học sinh.

Dù là lý do gì đi nữa, thì việc sỉ nhục, thiếu tôn trọng học sinh cũng là phản giáo dục, không có lợi mà chỉ có hại cho học sinh, cần đặc biệt tránh.

Khi học sinh nhận thấy bị xúc phạm, không được tôn trọng, thì học sinh có thể "sợ" giáo viên, nhưng không "phục". Học sinh sẽ bị ức chế trong quan hệ với giáo viên, thái độ trò với thầy trở thành thái độ đối kháng, lớp học trở thành "nơi đầy đọa" chứ không còn mang lại niềm vui. Khi bị ức chế thì không còn hứng thú học tập, học không vào, khó có thể học tốt được. Người thầy nào tạo ra ức chế ở học sinh, qua thái độ không tôn trọng học sinh, thì đã vô tình hay cố ý làm giảm giá trị của mình đi.

Kể cả học sinh dốt, học sinh hư, cũng cần được tôn trọng, ít ra như là một con người. Nhìn từ quan điểm thần kinh học, một học sinh "dốt", "hư" không phải vì bản thân học sinh đó muốn vậy, mà là do những hoàn cảnh khó khăn tạo ra thành như vậy. Người thầy tốt, thay vì sỉ nhục học sinh là "mày dốt lắm, mày hư lắm", cần thông cảm hơn với học sinh, tạo ra môi trường tốt giúp học sinh có điều kiện học tốt lên, ngoan lên.

3.7 Uy tín của người thầy

A teacher should have maximal authority, and minimal power — Thomas Szasz

Nói chung, học trò “nhìn lên” người thầy như là một người nói những điều hay lẽ phải để noi theo. Đặc biệt là đối với các học sinh mẫu giáo hay cấp một, “cô giáo nói gì cũng đúng”, về nhà mà mẹ nói ngược lại ý của cô, thì là “cô đúng mẹ sai”. Khi học sinh lớn lên, có nhận thức được rằng không phải giáo viên nói điều gì lúc nào cũng đúng. Nhưng trong con mắt của học sinh nói chung, giáo viên vẫn là người có uy tín cao.

Uy tín của người thầy đối với học sinh là một điều không thể thiếu trong giáo dục. Thầy phải có uy tín thì mới dạy được trò, nói gì trò mới nghe theo. Khi mất uy tín, thì thầy nói trò không nghe nữa, và khi đó không còn dạy được nữa.

Một người thầy khi mới dạy một học trò thì có thể có uy tín ở một mức độ nào đó trong mắt của trò. Nhưng trong quá trình dạy học, mức độ uy tín của thầy có thể tăng lên hay giảm đi rõ rệt, tùy thuộc vào việc thày dạy dỗ ứng xử ra sao. Nếu như thầy để mất uy tín trong con mắt của trò, thì việc lấy lại uy tín sẽ là một việc vô cùng khó. Bởi vậy, ngay từ những buổi dạy đầu tiên, đừng làm gì để mất uy tín!

Có nhiều hành động làm tăng uy tín, và ngược lại cũng có nhiều hành động làm mất uy tín trong quá trình dạy học, mà ta nên hết sức tránh. Dưới đây là một số ví dụ:

- Giảng bài quá chán (ví dụ như viết lí nhí không ai đọc được, nói

lý nhí không ai nghe ra là nói cái gì, nói mà nhìn đi đâu chứ không nhìn vào trò cứ như là giảng cho bức tường nghe, nói lảm nhảm lệch chủ đề bài giảng quá nhiều, giảng sai, v.v.). Chỉ cần giảng chán vài buổi đầu, thì đến các buổi sau học sinh sẽ không còn chú ý nghe giảng nữa mà làm việc khác trong giờ học hoặc là trốn học.

- Không giữ trật tự trong lớp (học trò ngồi dưới nói chuyện ồn ào, đánh bài, v.v. trong giờ giảng bải mà thầy vẫn cứ để yên như vậy). Tất nhiên, càng giảng chán thì càng khó giữ trật tự.

- Ăn mặc quá lôi thôi (thầy có thể ăn mặc giản dị, nhưng phải đàng hoàng sạch sẽ, ví dụ như không đi giày há mõm, không mặc quần áo bẩn thỉu rách rưới đi dạy), người tỏa mùi vì thiếu vệ sinh, vừa dạy tay chân vừa có các cử chỉ bất lịch sự trước đám đông ví dụ như là gãi chỗ kín, v.v.

- Làm những hành động phản giáo dục hay thậm chí kém đạo đức, ví dụ như thiên vị học trò này so với học trò khác, khuyến khích học trò gian lận, trù úm học trò, đòi gia đình học trò biếu xén, v.v. Một giảng viên đã mang tiếng "chùa thầy" (ăn tiền của học sinh) thì dù có thăng quan tiến chức đến bộ trưởng vẫn sẽ là "chùa thầy" không được ai tôn trọng.

- Xuồng xã với học sinh như là bạn bè. Người thầy là một người "bạn" của học sinh theo nghĩa rộng, tức là người đem lại điều tốt đẹp cho học sinh, nhưng không phải là "bạn" của học sinh theo nghĩa bạn bè "bằng vai phải lứa". Khi biến mình thành bạn bè kiểu như vậy, thì người thầy mất đi cái "uy" của người thầy, các câu nói của người thầy bị lẫn trong các câu nói khác của bạn bè của học sinh chứ không còn nhận được sự chú ý cần thiết nữa, học sinh không còn làm theo sự

chỉ bảo của thầy nữa.

Như một bạn B. có phát biểu trong buổi thảo luận, có 3 yếu tố để có một buổi dạy cho tốt và giữ được uy tín, đó là:

- Chuẩn bị bài giảng cho thật tốt
- Giữ kỷ luật trật tự trong lớp
- Còn yếu tố thứ ba là gì?

3.8 Làm sao để học sinh dễ theo dõi

If a child can't learn the way we teach, maybe we should teach the way they learn — Ignacio Estrada

Nếu một giáo viên giảng bài, mà có vài học sinh không nghe giảng hay không hiểu giáo viên nói gì, thì đó là lỗi của học sinh. Nhưng nếu phần lớn học sinh không nghe giảng hay không hiểu giáo viên nói gì, thì đó là lỗi của giáo viên. Giáo viên giảng bài là để cho học sinh chứ không phải cho bản thân mình. Sự thành công của một bài giảng nằm ở chỗ học sinh tiếp thu được những gì chứ không phải nằm ở chố giáo viên nói được những gì. Giáo viên dù có giảng "đúng chương trình, đúng giáo án, đúng sách giáo khoa, đúng tiến độ" nhưng học sinh không hiểu gì cả, thì các bài giảng đó vẫn hoàn toàn thất bại.

Các giáo viên mới vào nghề thường không dạy hay ngay được, vì dễ mắc phải các lỗi về sư phạm. Trong đó có các lỗi trình bày khiến cho học sinh khó theo dõi bài giảng. Nếu có ý thức "tự quan sát mình", xác định các lỗi mình mắc phải để mà sửa, thì sẽ dạy hay lên.

Dưới đây là một số lỗi hay gặp phải trong lúc giảng bài:

Nói lí nhí

Hãy hình dung là có một học sinh ngồi cuối lớp, mình nói như vậy nó có nghe thấy mình nói không? Nếu không, thì tức là mình có vấn đề. Cần nói to và rõ ràng, sao cho mọi học sinh trong lớp đều nghe thấy.

Khả năng nói to là một khả năng quan trọng khi giảng bài. Tất nhiên, không phải lúc nào cũng cần nói to: khi nói chuyện với một nhóm nhỏ thì chỉ cần nói nhỏ đủ nghe, khi nói chuyện riêng ở chỗ công cộng càng cần nói đủ nhỏ cho lịch sự khỏi điếc tai người khác. Nhưng khi đứng lớp đông thì cần nói to, đặc biệt nếu không có microphone. Nói to không có nghĩa là hét, mà là nói với âm lượng nhiều lên nhưng vẫn giữ giọng nói và nhip độ bình thường. Có thể luyện nói to, thành một khả năng dùng tới mỗi khi nói trước đám đông. Sau một số năm giảng dạy, tôi có thể nói to "như loa" trước một lớp học với trên 100 sinh viên (mà là nói một cách bình thường, chứ không phải là hét khản cổ).

Có những người không thể nói to được, do cấu tạo cơ thể (như ông Stephen Hawking chẳng hạn, thậm chí nói không thành tiếng), khi đó cần chú ý có kỹ thuật âm thanh phụ trợ khi giảng bài để học sinh có thể nghe thấy rõ ràng mình nói những gì.

Có những người không phải là không thể nói to, nhưng đứng giảng bài hay làm seminar cứ nói lí nhí. Nói lí nhí có thể là biểu hiện của một sự thiếu tự tin, không tin tưởng vào điều mình nói là hay, nói vì "buộc phải nói" nhưng trong thâm tâm không muốn người nghe nghe được mình nói gì. Trong trường hợp này, cần củng cố về mặt

tâm lý: người thầy phải tin tưởng vào những điều mình nói là điều hay, điều học sinh đáng nghe.

Cá biệt, có những giảng viên nói đã bé, còn giọng lè nhè, và thậm chí có khi còn say rượu nữa khi giảng bài, học sinh không thể nghe được người đó nói cái gì. Khi đó, vấn đề trở thành vấn đề về tư cách, thiếu sự tôn trọng học sinh khi đi dạy.

Viết lí nhí

Tương tự như nói lí nhí, viết lí nhí thì học sinh cũng không nhìn thấy gì, khó mà theo dõi được bài giảng. Cần phải viết chữ trên bảng đủ to, đủ ngay ngắn, thì học sinh mới đọc được. Có những người viết chữ to, nhưng viết nghiêng ngả lộn xộn không thành dòng thành cột khiến bảng rối mù lên, hoặc chữ quá xấu học sinh cũng không đọc được. Giáo viên không cần viết chữ đẹp (trừ giáo viên tiểu học nên viết chữ càng đẹp càng tốt để luyện viết cho học sinh), nhưng cần viết đủ rõ ràng chữ nào ra chữ đó.

Có người mắc tật "chưa viết đã xóa": viết được một hai dòng dã vội xóa đi ngay trong khi bảng vẫn còn nhiều chỗ. Chưa viết đã xóa như vậy cũng khiến người khác khó theo dõi. Các thông tin cần để ở trên bảng đủ lâu, để cho người chưa kịp xem còn có thể xem, hoặc có khi cần xem lại để đối chiếu với những cái mới hơn được viết ra.

Khi viết trên bảng, cần chú ý viết ngay ngắn hàng nào ra hàng đó, và nếu bảng to thì chia thành mấy cột, cột nào ra cột đó, cho dễ theo dõi. Những điểm quan trọng thì có thể gạch đít, đóng khung, tô màu, v.v. để nhấn mạnh. Viết trên bảng sao cho người nghe thật dễ đọc và tiếp nhận thông tin là cả một nghệ thuật, nhưng có thể bắt đầu bằng viết chậm nhưng ngay ngắn, rõ ràng, chữ to, để cho người

xem dễ theo dõi. (Hiếm người mắc phải lỗi viết quá to chỉ viết được vài chữ đã hết bảng, mà phần lớn là mắc lỗi viết quá nhỏ ngồi dưới không đọc được).

Thời đại tin học, có thể giảng bài hay báo cáo dùng máy chiếu, nhưng cũng có nhiều người (kể cả người đã trong nghề nhiều năm) mắc phải lỗi viết lí nhí khi dùng máy chiếu: đó là chiếu lên màn hình các trang với khổ chữ quá bé, quá nhiều dòng, rất khó đọc. Cần chú ý là khi dùng máy chiếu như vậy, phải dùng khổ chữ to, chứ không phải cứ chiếu y sì một trang kiểu để in khổ A4 lên màn hình.

Không nhìn vào người nghe

Một bài giảng muốn sinh động, thì phải có tương tác giữa người giảng và người nghe (interactive). Muốn có được sự tương tác như vậy, thì khi nói phải nhìn vào người nghe. Tất nhiên khi đang phải viết, phải chỉ vào màn hình, v.v. thì khó mà cùng lúc vừa làm các động tác đó vừa nhìn vào người nghe. Nhưng cần xen kẽ việc nhìn vào bảng hay màn hình và việc nhìn vào người nghe. Nhìn vào người nghe mới cảm nhận được là họ có quan tâm không, có theo dõi không, có hiểu cái mình nói không, có làm theo mình yêu cầu không, có câu hỏi thắc mắc gì không, v.v. qua đó điều chỉnh bài giảng cho phù hợp.

Một số giảng viên trẻ (và cả một số người không còn trẻ) khi giảng chỉ cắm cúi quay mặt vào bảng mà viết, quay lưng vào học sinh, hoặc cắm cúi cầm tài liệu mà đọc, chứ không theo dõi xem học sinh phản ứng ra sao. Nguyên nhân có thể do giảng viên thiếu kinh nghiệm cần tương tác với học sinh, hoặc thiếu tự tin ngượng không dám nhìn học sinh, hoặc là thiếu quan tâm đến học sinh chỉ "giảng khoán" cho xong mặc kệ học sinh muốn làm gì thì làm. Dù lý do là gì, thì một bài

giảng thiếu sự tương tác giữa người nói và người nghe như vậy cũng khó mà hay được, vì thiếu sự "đồng điệu" thì "mỗi người sẽ đi một ngả", thầy làm gì mặc thầy trò làm gì mặc trò.

Đi kèm với việc nhìn vào học sinh khi giảng bài, cần sẵn sàng trả lời bất cứ câu hỏi nào của học sinh. Hơn thế, cần khuyến khich học sinh đặt câu hỏi, và khuyến khích học sinh yêu cầu thầy điều chỉnh việc giảng (như giảng lại chỗ chưa hiểu, nói chậm hơn, viết to hơn, v.v.). Có như vậy thì học sinh mới dễ hiểu, và học sinh phải hiểu được gì đó thì mới có hứng thú để mà học tiếp, mới không quay sang làm việc riêng.

Giảng quá nhanh quá nhiều

Các giảng viên có thể mắc phải lỗi giảng quá chậm (chưa giảng được hết cái cần giảng đã hết giờ), hoặc giảng quá nhanh (như súng liên thanh, học sinh không thể theo kịp), hoặc là có khi mắc cả hai lỗi cũng một lúc: giảng quá nhanh, nhưng cái cần giảng vẫn không giảng được!

Về lỗi giảng quá chậm, có thể có những lý do như: mải mê đi vào chi tiết quá lâu ở một số chỗ nên thiếu giờ cho chỗ khác, thiếu sự chuẩn bị nên đang giảng bị tắc tịt, lạc đề (ví dụ như không giảng bài mà kể chuyện huyên thuyên) hay tranh thủ làm việc khác khi giảng bài, làm "superman" giảng cùng một lúc mấy lớp chạy từ lớp này sang lớp khác, v.v.

Một lý do khác khiến giáo viên bị giảng chậm so với chương trình, là do chương trình quá tải, không thể giảng với tốc độ vừa phải sao cho học sinh hiểu được mà vẫn hoàn thành được chương trình. Đây là lỗi của chương trình chứ không phải của giáo viên. Trong trường

hợp đó, giáo viên chỉ có cách tự lược bớt chương trình, và kêu lên người phục trách chương trình yêu cầu điều chỉnh nó cho phù hợp.

Nếu giả sử chương trình không quá tải, và giảng viên trẻ có ý thức nghiêm túc khi giảng bài, thì ít mắc phải lỗi giảng quá chậm, mà ngược lại dễ mắc phải lỗi giảng quá nhanh quá nhiều. Một phần là do tâm lý của giảng viên trẻ chưa đủ tự tin, muốn "khẳng định mình về khoa học" trước mặt sinh viên nên cố gắng giảng cho nhiều để sinh viên thấy "mình giỏi". Một mặt khác do chưa có kinh nghiệm tương tác với sinh viên, ít dừng lại giữa chừng hỏi sinh viên có hiểu không, có thắc mắc gì không, có ví dụ nào không, v.v., chỉ một mình giảng thôi mà không dành thời giờ cho sinh viên cùng tham gia thảo luận, nên thành quá nhanh.

Bản thân tôi, năm đầu tiên làm giáo sư đại học cũng mắc ngay phải lỗi giảng quá nhanh, ví dụ như nội dung học cho 3 buổi thì tôi làm 2 buổi đã xong. Nhưng sinh viên thì không theo kịp, không hiểu được, thế là lại phải giảng lại, chữa lại các bài tập.

Bởi vậy, các bạn giảng viên trẻ chú ý, chuẩn bị bài giảng cho cẩn thận, nhưng đừng giảng bài quá nhanh. Hãy giảng chậm rãi, rõ ràng, và liên tục hỏi sinh viên xem như thế có OK không, có chỗ nào chưa hiểu cần giảng lại không.

Các bạn trẻ mới đi dạy ở đại học, chưa có kinh nghiệm, thì thường không được giao dạy các môn khó, mà được giao chữa bài tập, hay là dạy môn dễ vừa dạy vừa kèm giải bài tập cho sinh viên hai năm đầu đại học. Chú ý rằng, với các bài tập, đừng cố phải chữa hết bài trong một danh sách bài cho sinh viên, mà chỉ cần giải ít bài trên lớp thôi cũng được, nhưng giải thật rõ ràng, làm sao cho sinh viên hiểu cặn

kẽ từng bước. Để giảm tốc độ và tăng cường sự tham gia của SV, có thể gọi SV lên bảng giải trực tiếp, và mình đứng bên cạnh hướng dẫn các bước. Nên xen kẽ giữa việc mình giải mẫu cho SV, việc gọi SV lên bảng giải tại chỗ, và việc yêu cầu SV làm thêm bài khi ở nhà rồi đến lớp kiểm tra lại xem kết quả làm có đúng không.

3.9 Dạy học qua các ví dụ

Teaching by examples is not a way to teach, it is the only way to teach — Albert Einstein

Như Einstein có nói, dạy học bằng ví dụ không phải là một cách dạy học, mà là cách duy nhất để dạy học. Điều này đặc biệt đúng khi dạy các khác niệm và các phương pháp khoa học. Ở đây, chúng ta sẽ bàn thêm về vấn đề: tại sao cần dạy bằng ví dụ, và thế nào là các ví dụ hay?

Để làm ví dụ minh họa cụ thể, chúng ta sẽ bàn về việc dạy một khái niệm quan trọng trong toán học gọi là nhóm (group). Nếu bạn đọc chưa biết khái niệm nhóm trong toán học là gì thì đừng sợ, cứ đọc tiếp sẽ biết. Nó là một khái niệm hết sức tự nhiên và trực giác, chẳng cần phải là "nhà toán học" để hiểu được bản chất của nó. Thậm chí học sinh cấp hai cũng có thể hiểu nhóm là gì, nếu được dạy đúng phương pháp.

Khái niệm nhóm, cũng như tất cả các khái niệm toán học quan trọng khác mà tôi biết, đều nảy sinh một cách hết sức tự nhiên, từ các quan sát nào đó, để đáp ứng các nhu cầu giải quyết các vấn đề

thực sự nào đó. Không có khái niệm nào là “từ trên trời rơi xuống”, tuy rằng trong một số giáo trình hay bài giảng, nhiều khái niệm được đưa ra một cách như là từ trên trời rơi xuống, khiến học sinh và sinh viên không hiểu nổi tại sao lại phải học khái niệm đó để làm gì.

Tôi hỏi các tham dự thảo luận: Các bạn được dạy, hay đã đi dạy, về khái niệm nhóm như thế nào?.

Bạn H. kể: Khi học đại học ở VN, đầu tiên là học định nghĩa nửa nhóm, sau đến định nghĩa nhóm.

Bạn M. (từng dạy về nhóm) kể: Khi đi dạy về nhóm (theo một chương trình của ĐHSP), đầu tiên đưa ra định nghĩa nhóm với các phép tính (phép tính nhị thức của nhóm — tức là phép nhân; và phép nghịch đảo nữa) và các tiên đề.

Tôi hỏi: Thế lấy các vị dụ nào?

M. trả lời: Lấy tập số thực, rồi tập số phức, rồi nhóm nhân tính như là tập số thực bỏ đi điểm 0.

Tôi hỏi: Tập số thực và tập số phức thì sinh viên đã biết cả rồi, cần gì phải đưa thêm khái niệm nhóm vào làm gì, có ví dụ nào hay hơn không?

M. trả lời: Có ví dụ phức tạp hơn như nhóm thương, và có ví dụ kẻ một bảng nhép nhân của các phần tử rồi kiểm tra đấy là một nhóm.

Cách mà bạn H. được học về nhóm có lẽ tương tự cách mà bạn M. dạy về nhóm, và tương tự cách dạy ở hầu hết các đại học ở VN về nhóm cho đến nay, theo tôi hiểu. Cách đó đi theo một giáo trình đại số trừu tượng nào đó, và việc dạy một khái niệm mới như khái niệm nhóm trong đó đi theo mấy bước sau:

1) Đưa ra định nghĩa hình thức (với hai phép toán và một hệ tiên đề, viết đầy đủ ra tốn khá nhiều dòng).

2) Đưa ra một số ví dụ khá hiển nhiên (các tập thỏa mãn tính chất nhóm).

3) Một ví dụ "không hiển nhiên" được đưa ra theo cách: kẻ một bảng phép tính, và kiểm tra bảng đó thỏa mãn các tiên đề của một nhóm.

(ngoài ra có thể còn những bước khác, như một số tính chất đơn giản, v.v.)

Cách dạy trên được "nhập khẩu" từ nước ngoài vào VN trong thế kỷ trước (trước đó ở Việt Nam chưa có dạy môn này, các nhà toán học đầu tiên của Việt Nam là được đào tạo ở nước ngoài rồi du nhập chương trình về Việt Nam), có lẽ đúng vào lúc trường phái hình thức đang thịnh hành trong cách giảng dạy toán học trên thế giới, và cho đến nay nó chưa có điều kiện thay đổi ở Việt Nam. (Hy vọng những người viết giáo trình mới thay thế các giáo trình cũ sẽ viết theo lối hiện đại, trực giác, dễ hiểu hơn!). Trong 3 bước trên, có đến 2 bước là "từ trên trời rơi xuống": bước định nghĩa hình thức (mà thiếu giải thích từ đâu nảy sinh ra định nghĩa như vậy, để làm gì), và ví dụ hình thức ở cuối (cái bảng đó từ đâu ra?!). Bước thứ hai, gồm các ví dụ đơn giản (như là tập số thực, tập số phức, tập số phức bỏ đi điểm 0, v.v.) cũng không được hấp dẫn, vì sinh viên đã biết rõ các tập đó rồi, thêm định nghĩa về nhóm thì có giúp ích gì trong việc hiểu thêm các tập đó?!

Các bạn tham gia thảo luận có đồng ý với tôi một điểm là: tuy có được học hay có đi dạy về nhóm, nhưng học và dạy không thấy

hay, chẳng biết từ đâu ra, để làm gì, và sau đó nói chung cũng chẳng dùng được vào việc gì.

Vậy phải dạy về nhóm như thế nào, để sinh viên hiểu đúng bản chất của nó, và có thể dùng được nó?

3.10 Các ví dụ về nhóm

A good definition is 5 good examples – V.I. Arnold

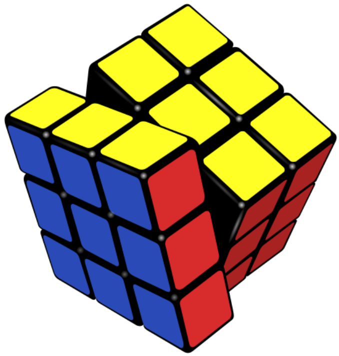
Nói theo nhà toán học V.I. Arnold, thì một định nghĩa tốt chẳng qua là 5 ví dụ tốt. Bản thân các ví dụ phải hay, phải tự nhiên, phải thể hiện đúng bản chất của vấn đề, chứ không "từ trên trời rơi xuống" hay là chỉ toàn ví dụ "tầm thường" không thể hiện được ý nghĩa của khái niệm mới.

Thay vì đưa ngay ra định nghĩa hình thức của nhóm, ta hãy dùng định nghĩa sau, tuy chưa viết ra một cách chặt chẽ toán học, nhưng vừa trực giác, vừa thể hiện đúng bản chất của nhóm: Một nhóm chẳng qua là tập các đối xứng của một vật nào đó! Với định nghĩa này, có thể lấy ngay rất nhiều ví dụ về nhóm. Cầm bất kỳ vật gì trong tay là có thể chỉ ngay ra một (hay thậm chí nhiều) nhóm liên quan. Chẳng hạn vài ví dụ:

1) (Đây là một trong các ví dụ đầu tiên tôi dùng để dạy con trai về nhóm). Lấy cái rubik ra quay. Các phép biến đổi rubik chính là một nhóm hữu hạn (biến đổi màu các mặt do quay, nhưng rubik vẫn giữ nguyên hình khối lập phương, nên có thể coi các biến đổi này là một

loại đối xứng: một đối xứng tức là một biến đổi nhưng vẫn bảo toàn cái gì đó, và biến đổi ngược lại được).

Tôi cầm rubik và lặp đi lặp lại 2 động tác sau: xoay phía trên 1 cái (quay 90 độ theo chiều kim đồng hồ), rồi xoay bên phải 1 cái (cũng 90 độ theo chiều kim đồng hồ), rồi lại xoay phía trên 1 cái, rồi lại xoay bên phải một cái, cứ thế. Màu của rubik nhảy loạn lên, nhưng sau một hồi nhảy loạn như vậy thì lại ... trở về đúng vị trí ban đầu. Tôi đố con trai vì sao vậy? (Đố bạn đọc biết vì sao? Đây là một tính chất cơ bản của nhóm hữu hạn).



Các phép quay rubik là ví dụ của khái niệm "nhóm".

2) Tôi cầm một cái cốc tròn (không có quai) trên tay. Khi tôi xoay cái cốc thì hình thù vị trí của nó trong không gian không hề thay đổi. Như vậy ta có một nhóm, là nhóm xoay cái cốc (nó cũng như là xoay bánh xe, xoay đồng xu, v.v.), gọi là nhóm $\mathbb{T}^1$. Nếu tôi cho phép cốc chuyển động trong không gian (lấy tay khua cái cốc) nhưng không bóp méo nó đi (tức là hình thù vẫn giữ nguyên nhưng vị trí được phép thay đổi) , thì được một nhóm các chuyển động như vậy (gọi là nhóm chuyển động Euclid $E(3)$). Nếu tôi cố định một điểm của cái cốc, cho nó chuyển động nhưng vị trí của cái điểm đã đánh dấu không được dịch đi, thì thành nhóm khác, là nhóm xoay $SO(3)$.

3) Thay vì cái cốc, tôi cầm cái cục lau bảng. Cái cục này có hình như hình hộp, một mặt có giẻ để lau bảng. Tôi để cục lau bảng trên

tay. Chỉ có một phép di chuyển cục đó, sao cho chỗ nó chiếm trong không gian vẫn y thế, chính là phép xoay nó 180 độ trên tay tôi. Nếu xoay hai lần như vậy, thì vị trí của nó lại về hệt như cũ. Như vậy cái cục lau bảng có nhóm đối xứng gồm hai phần tử: “để yên” và “xoay 180 độ”. (Người ta gọi các nhóm 2 phần tử là $\mathbb{Z}_2$).

4) Ta thử lấy một hình tam giác và xét nhóm các đối xứng của nó (di chuyển hình tam giác sao cho vẫn trùng với hình ban đầu). Nếu hình tam giác thường (các cạnh khác nhau) thì nhóm đối xứng là tầm thường (chẳng có cách di chuyển nào, ngoài cách để yên); nếu nó là tam giác cân thì có 1 cách không tầm thường là ta lật hình tam giác lại (nếu được phép lật như vậy), và tức là nhóm đối xứng của tam giác cân là nhóm 2 phần tử ($\mathbb{Z}_2$); nếu là tam giác đều thì nhiều đối xứng hơn: ngoài phép lật còn có phép xoay (120 độ và 240 độ) và nhóm đối xứng tổng cộng có 6 phần tử (vì sao vậy ?). Đối với các tứ giác, ngũ giác, v.v. cũng có thể làm tương tự. Ta thấy ngay ý nghĩa hình học ở đây: hình nào càng “cân”, càng “đều” thì tức là hình có nhóm đối xứng càng to ! Người ta hay phân loại các vật thể toán học (từ phương trình đại số, các hình trong không gian, v.v. cho đến các phương trình đạo hàm riêng) bằng cách phân loại các nhóm đối xứng của chúng!

5) Tập số thực $\mathbb{R}$ trừ đi điểm 0 là một nhóm (nhóm nhân tính $\mathbb{R}^*$). Nếu ví dụ chỉ dừng ở đó thì chán (các tính chất của $\mathbb{R}$ ta đã biết chán rồi, cần gì khái niệm nhóm). Nhưng nếu nhìn ví dụ đó như sau sẽ thấy thú vị hơn. Lấy một không gian, như là không gian Euclid $\mathbb{R}^3$ bình thường chẳng hạn. Xét các phép homothethy trên đó (phép co giãn hình: nhân với một hệ số thực khác không). Khi đó tập các

homothethy chính là một nhóm, và nhóm này chính là (tương đương với) nhóm nhân tính $\mathbb{R}^*$.

Hy vọng với mấy ví dụ trên, bạn đọc, dù chưa bao giờ biết khái niệm nhóm, hiểu được nhóm là gì: một nhóm chính là một tập các phép đối xứng của một vật. Một phép đối xứng có nghĩa là một phép biến đổi đảo nghich được mà bảo toàn các tính chất nào đó (ví dụ như là bảo toàn hình dáng của vật, hay là bảo toàn tỷ lệ giữa các cạnh, v.v.). Tùy theo ta yêu cầu bảo toàn ít thứ hay nhiều thứ, mà nhóm đối xứng tương ứng sẽ to (có nhiều đối xứng) hay nhỏ (chỉ có ít đối xứng).

Sau khi hiểu trực giá về nhóm như trên rồi, ta có thể nói đến hai phép tính tự nhiên của nhóm:

- Phép nghịch đảo (quay ngược lại về chỗ cũ).

- Phép nhân: phép nhân chẳng qua là "composition": tức là thực hiện phép đối xứng này tiếp theo phép đối xứng khác.

Toàn bộ định nghĩa hình thức của một nhóm, với hai phép toán trên và các tiên đề đi kèm, chẳng qua là để viết lại một cách chặt chẽ định nghĩa "một nhóm là một tập các đối xứng của một vật".

Bonus: một bài tập về nhóm. Bạn đọc nào tò mò thử làm bài toán này. Tuy trong đề bài không có chữ "nhóm" nào, nhưng nó là một ví dụ về nhóm! Giả sử $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ là một hàm số thực thỏa mãn $f(f(x)) = -x$ với mọi x. Chứng minh rằng f có vô số điểm gián đoạn (không liên tục).

3.11 Tìm hiểu lịch sử các khái niệm khoa học

Các học sinh sinh viên, khi học các khái niệm khoa học mới, ít được học về lịch sử sự hình thành các khái niệm đó. Một trong các lý do là thời gian dành cho môn học có hạn, không đủ thời gian để học cả về lịch sử.

Tuy nhiên, đây cũng là một điểm hạn chế của chương trình, bởi vì thực ra, hiểu lịch sử sự hình thành các khái niệm thường giúp ta hiểu sâu thêm ý nghĩa của bản thân các khái niệm. Nếu như học sinh không có thời gian học hay không được học về lịch sử khoa học, thì ít ra người thầy nên bỏ thời gian tìm hiểu lịch sử khoa học các môn mình dạy, vì điều này sẽ ảnh hưởng tốt đến việc dạy. Trong lý thuyết nhóm chẳng hạn, tìm hiểu một chút lịch sử lý thuyết nhóm sẽ nhận thấy rằng các nhóm không "từ trên trời rơi xuống", mà xuất phát từ các vấn đề đại số (Abel, Galois, ...), số học (Gauss, ...), hình học và giải tích (Klein, Lie, ...), v.v. khác nhau, và chúng đều xuất hiện như là tập các đối xứng của các vấn đề đó.

Hồi tôi là sinh viên ở Nga, có một môn học bắt buộc là môn "Lịch sử toán học". Rất tiếc hồi đó tôi học không thấy hay (cũng có thể vì thời đó bị bỏ đói nên hay trốn học, hoặc do không có được giáo viên dạy ấn tượng) nhưng về sau thỉnh thoảng tôi đọc các đoạn lịch sử toán học thấy rất thú vị và hiểu thêm được điều này điều nọ. Tiếc là rất ít nơi trên thế giới có môn "lịch sử toán học" trong chương trình cho sinh viên ngành toán.

Nhân tiện nói về một điểm trong triết lý giáo dục: Môn lịch sử ở trường phổ thông, ngoài các loại "lịch sử chính trị, chiến tranh", cần

đưa vào cả lịch sử khoa học nữa, mới giúp học sinh hiểu thêm về ý nghĩa của khoa học.

Khi tôi dạy cho sinh viên, thỉnh thoảng có chen vào vài đoạn lịch sử, hy vọng gây tò mò hứng thú thêm cho SV. Trong quyển sách "*Nhập môn hiện đại xác suất và thống kê*" tôi viết với GS Đỗ Đức Thái (bản in: NXB ĐHSPHN 2010; có bản điện tử miễn phí nằm trong Tủ sách Sputnik), cũng có một số tóm tắt lịch sử (đặc biệt là tiểu sử những nhân vật chính gây dựng nên ngành này), với hy vọng là nhiều người sẽ thấy những thông tin đó thú vị và có ích cho việc học kiến thức xác suất thống kê.

3.12 Một giờ giảng bài là nhiều giờ lao động

Rất tiếc là có nhiều người, kể cả những người làm quản lý về giáo dục và khoa học, không hiểu một điều đơn giản sau: một giờ bài giảng có thể là nhiều giờ lao động chứ không phải chỉ là một giờ lao động.

Vì họ chỉ tính một giờ giảng bài là một giờ lao động, nên có xu hướng "ghen tỵ" với các giáo viên và giảng viên "sao làm việc ít thế", muốn "nhồi nhét" cho giảng viên và giáo viên phải dạy nhiều giờ lên, và đồng thời trả giá "bèo" cho các giờ giảng bài. (Kể cả ở Pháp cũng nhiều người suy nghĩ như vậy). Nhưng vì "tiền nào của đấy", nên tình trạng "trả giá bèo" kéo theo tình trạng có nhiều bài giảng rất chán.

Vì sao một giờ giảng bài lại là nhiều giờ lao động? Bởi vì muốn giảng được một bài giảng tử tế, đặc biệt các bài giảng ở mức cao (như là cao học, hay cao hơn nữa là một bài thuyết trình về một đề

tài nghiên cứu mới), thì người giảng phải mất rất nhiều thời giờ để chuẩn bị. Tôi không có con số thống kê về lượng thời gian trung bình cần thiết cho việc chuẩn bị một giờ bài giảng, nhưng có thể tạm hình dung ước lượng như sau (lượng thời gian chuẩn bị cho 1 giờ giảng) :

Bậc phổ thông: vài chục phút

Bậc đại học môn cơ sở: 1 giờ

Bậc đại học môn chuyên sâu: vài giờ

Bậc cao học, tiến sĩ: 1 ngày

Seminar, hội nghị: nhiều ngày chuẩn bị cho một báo cáo

Đối với cán bộ trẻ chưa có nhiều kinh nghiệm thuyết trình, thì thời gian dành cho chuẩn bị còn cần tăng lên nhiều nữa. Ngoài ra, các giáo viên và giảng viên còn nhiều công việc khác phải làm, như thi cử, họp hành, nghiên cứu khoa học, v.v.

Nếu như thời gian dành cho chuẩn bị bài giảng bị cắt xén đi, giảng mà không có chuẩn bị, thì hệ quả tất yếu là sẽ giảng chán. Trên thực tế, có rất nhiều bài giảng rơi vào tình trạng không được chuẩn bị như vậy. Điều này thể hiện rất rõ ở một số điểm như: nói ề à ngắc ngứ không rành mạch, cứ bê nguyên tài liệu ra mà đọc mà chép chứ bài giảng không có "hồn", bài giảng cũ rích lâu năm không cập nhật, khô khan không có ví dụ minh họa nào hay, đang trình bầy thì tắc tịt, nói sai lung tung, không trả lời được các câu hỏi, v.v.

Từ quan điểm xã hội, để cải thiện tình trạng này, cần thay đổi cơ chế sao cho giảm số giờ dạy trung bình của giảng viên ở những nơi giảng viên đang phải dạy quá nhiều, đặc biệt là Việt Nam (thế thì mới có thời gian để mà chuẩn bị bài giảng), và trả tiền cao lên cho các

giờ dạy (vì một giờ dạy có thể là nhiều giờ làm việc, nên cũng phải được thù lao xứng đáng hơn nhiều so với chỉ một giờ làm việc). Từ phía giảng viên, cần "ghi tâm khắc cốt" rằng mỗi bài giảng đều đỏi hỏi có thời gian chuẩn bị, chứ không phải "chỉ khi lên lớp mới làm việc giảng dạy".

3.13 Trình bày thử trước khi trình bầy thật

Việc chuẩn bị bài giảng, hay bài thuyết trình, để trình bày sao cho tốt, là quan trọng không chỉ với những người đi theo ngành giáo dục, mà là điều quan trọng với hầu hết các sinh viên. Vì nói chung mọi sinh viên sẽ đều có lúc sẽ phải trình bày các thứ, ví dụ như là luận văn tốt nghiệp, công việc mình đang làm, v.v. Tôi từng chứng kiên có những sinh viên trình bày luận văn tốt nghiệp một cách "thảm hại", loay hoay mãi mà không phát biểu nổi một định nghĩa hay là đưa ra được một khái niệm.

Một điều mà các bạn SV cao học và NCS cần hết sức chú ý là: trước khi đi trình bày một cái gì đó trước mặt người lạ, cần trình bày thử lặp đi lặp lại nhiều lần, như là các diễn viên trước khi diễn kịch cũng cần tập đi tập lại nhiều lần vậy. Trong lúc trình bầy thử để tập luyện như vậy, cần có người theo dõi nói cho mình biết những chỗ dở của mình để mà sửa lại, hoặc ít ra mình tự thu thanh thu hình trình bầy của mình, rồi xem lại xem mình làm những điều gì dở, để rồi sửa lại cho hay hơn. Có như vậy, khi trình bầy thật, mới đỡ mắc phải các lỗi thô thiển, và gây được ấn tượng tốt cho người theo dõi.

3.14 Những bài giảng chán

Trong buổi thảo luận hôm 14/09/2012, các bạn tham dự đã kể lại về các kinh nghiệm bản thân, khi đi nghe giảng hay nghe seminar gặp phải các bài giảng hay dở ra sao. Mọi người đã phân tích các trải nghiệm thực tế đó, và lập một bảng gồm hai cột: một bên là danh sách các đặc trưng của các bài giảng hay, còn bên kia là danh sách các đặc trưng của các bài giảng chán. Một số yếu tố đặc trưng trong danh sách "chán" cũng đã được bàn đến trong các phần trước của loạt bài viết này, ví dụ như: không chuẩn bị bài giảng cẩn thận, nói lí nhí không rõ ràng, viết trên bảng không theo thứ tự nào, cố nhồi quá nhiều kiến thức vào trong một bài, không có tương tác với người nghe, đưa ra các khái niệm một cách thiếu tự nhiên như là từ trên trời rơi xuống, lạc đề giảng thì ít mà kể chuyện không liên quan thì nhiều, v.v.

Trong mục này, chúng ta liệt kê thêm một vài đặc biểu hiện trưng khác của các bài giảng chán. Tất nhiên, các yếu tố "chán" không độc lập với nhau, mà là thường cái này kéo theo cái khác: một bài giảng chán thường chán không phải chỉ về một điểm, mà là về nhiều điểm cùng một lúc.

<u>Nói đều đều như ru ngủ.</u>

Có người khi giảng bài cứ nói liên tục đều đều như là tụng kinh, độc thoại một mình, như là robot, không diễn cảm, không nhấn mạnh chỗ nào cả. Người nghe rất kho theo dõi bài giảng kiểu vậy, bởi vì não người làm việc theo nguyên tắc chọn lọc những điểm quan trọng nhất để hướng sự tập trung vào. Khi nghe một giọng nói tụng kinh

đều đều, thì không còn biết chỗ nào là quan trọng đáng nhớ, chỗ nào cần hướng sự tập trung vào trong bài giảng nữa. Kiểu giảng bài độc thoại đều đều ru ngủ này cũng là một thể hiện của sự thiếu tương tác với người nghe. Tôi mà nghe phải bài giảng như vậy thể nào cũng ngủ gật.

Không có ví dụ, hay chỉ toàn ví dụ tầm thường.

Đây là kiểu "dạy chay", "dạy gạo", một cách hình thức, "lý thuyết không đi đôi với thực hành". Chẳng hạn, khi dạy về giải tích, thầy toàn định nghĩa vi tích phân trên không gian Banach tổng quát, nhưng tất cả các ví dụ đều trên tập số thực R. Trong số các nguyên nhân khác nhau dẫn đến kiểu dạy "chay" này, có thể kể đến: chương trình quá năng về lý thuyết, giảng viên quen kiểu dạy hình thức khô khan mà không thấy cần thay đổi, hay là bản thân giảng viên không hiểu sâu cái mình dạy nên chỉ dạy được ở mức hình thức.

Biến cái dễ thành cái rắm rối.

Hiện tượng "rắm rối hóa vấn đề" không chỉ gặp ở các bài giảng, mà phổ biến ngay trong các sách giáo khoa. Ví dụ, thay vì nói "số hữu tỷ chẳng qua là phân số, tức là thương của hai số nguyên", thì người ta định nghĩa cho trẻ em rằng "số hữu tỷ là một số mà khi viết dưới dạng thập phân thì có hữu hạn chữ số hoặc vô hạn chứ số nhưng tuần hoàn". Cái dễ mà đã bị rắm rối hóa trở thành khó, thì đến khi gặp cái khó thật nó sẽ bị rắm rối hóa đến mức không ai có thể hiểu được nữa. Có những người giảng rắm rối vì được học rắm rối như vậy và chưa để ý đến cách trình bầy khác đơn giản và đi vào đúng bản chất hơn. Nhưng cũng có những người có tâm lý thích làm phức tạp hóa vấn đề, cố tình nói rắm rối "cho oai", để thể hiện "ta đây thông

minh".

Nhảy loạn xạ từ ý này sang ý khác.

Tiềm năng của não người rất lớn. Nhưng trong phạm vi 1 tiếng đồng hồ, thì khả năng thu nhập và xử lý thông tin của não người là có hạn: thường nó chỉ có thể đi theo một vài mạch suy nghĩ chính nào đó, chứ nếu nhảy loạn xạ từ chỗ này sang chỗ khác là não sẽ bị "mất phương hướng", mất tập trung, không kịp xử lý.Thế nhưng, có những người giảng bày theo kiểu nhảy từ ý này sang ý khác một cách loạn xạ như vậy. Ví dụ như, đầu giờ bụp ngay vào một định lý ở phần cuối của 1 quyển sách giáo trình, một lúc sau lại lộn lại phần đầu quyển sách, lúc sau nữa lại nhảy sang giữa quyển sách, không theo thứ tự nào, làm cho sinh viên luôn bị bất ngờ.

Có những người, không hẳn là nhảy loạn xạ từ ý này sang ý khác, mà là "nhảy cóc" các ý, khiến cho mạch suy luận bị đứt đoạn đối với người nghe. Người giảng bài có thể không nhận ra điều đó, vì đối với ông ta phần nhảy cóc bỏ qua là phần đã quá quen thuộc, "hiển nhiên dễ thấy", tuy rằng thực ra nó không hề hiển nhiên đối với người nghe. Việc giảng bài nhảy ý lộ xộn hay đứt đoạn một phần có thể do chủ quan, coi rằng ai cũng phải nghĩ giống mình, mình làm như vậy mình hiểu được thì người khác cũng phải hiểu được

3.15 Tìm ra sai lầm để mà tránh

Có một thực tế là, tỷ lệ giáo viên hay giảng viên dạy hay không cao. Không chỉ có giáo viên và giảng viên trẻ thiếu kinh nghiệm mới dạy chưa hay, mà nhiều người lớn tuổi với hàng chục năm kinh

nghiệm trong nghề cũng dạy rất chán.

Ngay ở Pháp, một cuộc thăm dò ý kiến các phụ huynh, học sinh, và những người quản lý đăng trên báo Le Nouvel Observateur số 06-13/09/2012 cũng cho kết quả là chỉ có một thiểu số các giáo viên được công nhận là "dạy hay", còn phần lớn giáo viên là "dạy bình thường", và hầu như ở đâu cũng có một số giáo viên được coi là "không dạy được", nhưng vì cơ chế không cho phép để họ nghỉ việc nên nhà trường vẫn cứ phải xếp giờ dạy cho họ.

Giảng viên trẻ khó dạy hay ngay được. Nhưng nếu tránh được những sai lầm của những người hàng chục năm đi dạy rồi mà vẫn dạy chán, thì sẽ trở thành dạy hay, hoặc ít ra sẽ không bị sinh viên kêu ca phàn nàn. Để khỏi lặp lại các sai lầm đó, tất nhiên cần biết về sự tồn tại của chúng, để mà có ý thức tránh.

3.16 Dạy giải bài tập như thế nào?

Mục này đặc biệt dành cho các bạn làm phụ giảng sẽ dạy các tiết giải bài tập ngành toán.

Nếu như các ngành lý, hóa, sinh, v.v. có các tiết thực hành và thí nghiệm, thì phần lớn các tiết "thực hành" của ngành toán là các tiết giải bài tập, tức là tập áp dụng các định lý định nghĩa khái niệm toán học vào các bài toán cụ thể. Ngoài ra ngành toán còn có các tiết thực hành trên máy tính, và nếu môn nào sinh động và các môn toán ứng dụng, mô hình hóa thì cũng có thể có làm thí nghiệm như trong các ngành khác.

Các tiết giải bài tập ở đại học bên Pháp cũng tương tự như ở Việt Nam: thường là có một danh sách các bài tập phát sẵn cho sinh viên, có thể yêu cầu sinh viên xem trước và thử giải ở nhà trước khi đến lớp. Ở lớp, giáo viên giải mẫu một số bài, và gọi sinh viên lên bảng giải một số bài khác, nếu sinh viên làm sai hoặc bị tắc chỗ nào thì giáo viên sửa sai hoặc gợi ý cách làm.

Các phụ giảng (ATER) ở Pháp thường được giao chấm bài kiểm tra hay dạy các giờ giải bài tập cho hai năm đầu đại học, chứ không được giao dạy lý thuyết hay dạy các môn chuyên sâu từ năm thứ ba trở lên, vì nói chung giảng lý thuyết sao cho sinh viên hiểu là một việc khó hơn nhiều so với chữa bài tập. Tuy nhiên, các nguyên tắc chung về giảng bài cũng đúng cho cả các giờ chữa bài tập: cần chuẩn bị trước khi đến lớp, có thái độ thân thiện và tôn trọng đối với sinh viên, nói và viết rõ ràng, tương tác với sinh viên xem họ có theo dõi không và có hiểu không, khuyến khích sinh viên đặt câu hỏi, v.v.

Một số điểm cụ thể cần chú ý là:

<u>Dạy ít, nhưng phải chuẩn bị kỹ.</u>

Theo qui ước, công việc một cán bộ giảng dạy nghiên cứu gồm 50% là nghiên cứu và 50% là giảng dạy và công việc hành chính. Một phụ giảng chỉ phải dạy trung bình có khoảng 3 tiếng / tuần. Tất nhiên không thể tính 3 tiếng là 50% số giờ làm việc hàng tuần. Dù cho các phục giảng có được ưu tiên dạy ít để dành nhiều thời giờ hơn cho việc tập sự nghiên cứu, thì cũng phải tính là một tuần có khoảng 12h dành cho giảng dạy, trong đó 9h là để chuẩn bị bài và dạy thử còn dạy thật là 3h. Đối với người VN tại Pháp thì do vấn đề khó khăn về tiếng, cần tăng thêm nữa thời gian chuẩn bị. Vậy hãy hình dung là:

Với mỗi giờ dạy giải bài tập, dành ít nhất 4h chuẩn bị. Nếu bạn nào mà cắt xén thời gian chuẩn bị này, để rồi khi đi dạy bị sinh viên kêu, là bạn đó không nghiêm túc trong công việc. Cần xác định rằng thời gian chuẩn bị này không phải là thời gian "bỏ đi", mà là quá trình luyện tập rèn luyện bản thân, có ích cho toàn bộ sự nghiệp về sau.

<u>Giải sẵn các bài tập ở nhà và kiểm tra lời giải trước khi đi dạy.</u>

Khi tôi dạy giải bài tập cho sinh viên 3 năm đầu đại học, tôi thường không giải sẵn ở nhà mà đến lớp mới giải mẫu cùng sinh viên. Nhưng đó là vì tôi đã quá quen thuộc với các kiến thức và các loại bài tập này, chứ nếu một phụ giảng trẻ cũng làm vậy thì khả năng bị tắc, bị giải sai cũng rất cao, và khi đó sẽ rất mất uy tín. Khi tôi dạy cao học, thì các bài tập thường phức tạp hơn, và cũng phải chuẩn bị lời giải trước khi đi trình bày lại cho sinh viên.

<u>Luyện tập giảng thử trước khi giảng thật.</u>

Điều này cực kỳ quan trọng đối với những giảng viên mới. Kể cả là giờ giải bài tập thì cũng cần trình bày giải thích các bước tìm lời giải cho sinh viên, chứ nếu chỉ cắm cúi viết lời giải trên bảng để sinh viên chép lại mà không giải thích gì cả thì một buổi học như vậy cũng rất chán đối với sinh viên.

Đặc biệt, đối với các bạn Việt Nam chưa thạo tiếng Pháp, việc đi dạy bằng tiếng Pháp có hai khó khăn lớn cùng một lúc: khó khăn về tiếng, và khó khăn về sư phạm. Bởi vậy cần luyện đi luyện lại nhiều lần dạy thử trước khi dạy thật: trình bày thử việc chữa bài tập cho người nào đó người nghe (hoặc thu âm thu hình lại), rồi thảo luận lại hoặc xem lại xem những chỗ nào nói sai về tiếng (câu không thành câu, không đúng văn phạm) hoặc nói đúng về tiếng nhưng vẫn tù mù

khó hiểu, rồi sửa lại, tập lại, và cứ thế.

Có bạn khá chủ quan, khi tôi nói là cần luyện nói thì bạn trả lời “thầy yên tâm, em nghe tiếng Pháp hiểu tốt rồi”, tôi bực mình nói lại là “cậu nói tiếng Pháp như c.”. Từ việc hiểu cái gì đến việc nói lại cho người khác hiểu được là cả một công đoạn lớn, phải luyện tập nhiều mới làm được chứ không phải tự dưng cứ thế là làm được. Đối với ngôn ngữ cũng vậy, từ việc nghe hiểu cho đến nói được cho người ta hiểu cũng là một khoảng cách xa. Khi nghe, có nhiều chi tiết (về ngữ pháp, cách dùng từ, phát âm các từ, âm điệu, v.v.) mình bỏ qua vẫn có thể hiểu được, nhưng đến khi nói mà mình nói sai các chi tiết đó thì người nghe không hiểu được. Bởi vậy, các bạn người Việt làm ATER cần rất chú trọng khoản tiếng Pháp, cần liên tục luyện tiếng Pháp mấy tiếng một ngày và đăng ký đi học các lớp tiếng Pháp, đặc biệt là học nói. (Sau mấy năm ở Pháp, khoản nghe có thể tạm ổn, nhưng nói vẫn còn kém vì các bạn quá ít chịu thực hành nói tiếng Pháp, toàn túm tụm lại nói tiếng Việt với nhau).

Gọi sinh viên lên bảng.

Việc gọi SV lên bảng giải bài tập là cần thiết, vì nhiều lý do như:

- Dạy cho SV không chỉ là dạy kiến thức “dạng tĩnh” (semantic), mà còn là dạy cả về cách làm, cách suy nghĩ, cách trình bày. Sinh viên khi lên bảng cũng là để học cả về những thứ đó.

- Khi gọi sinh viên lên bảng mới biết rõ trình độ sinh viên ra sao, nắm bắt kiến thức đến đâu, có hiểu được lý thuyết và đủ khả năng làm các bài tập không, qua đó điều chỉnh việc dạy cho thích hợp.

- Gọi sinh viên lên bảng tạo sự tham gia tích cực của sinh viên vào

việc học. Quá trình học phải có "làm", có "luyện tập" chứ chỉ có "ăn sẵn" thì học khó vào. Vì sinh viên khi giải trên bảng là theo tốc độ của sinh viên, nên các sinh viên khác cũng luyện tập cùng giải được trong lúc đó, chứ nếu chỉ có giảng viên giải bài cho thôi với đáp án có sẵn thì tốc độ quá nhanh để mà các sinh viên có thể cùng tập giải bài cùng lúc đó.

- Gọi sinh viên lên bảng cũng là một cách giữ trật tự và hạn chế chuyện làm việc riêng, mất tập trung trong lớp. Ở Pháp, sinh viên năm thứ nhất đặc biệt dễ mất trật tự, đến các năm sau khi đã vào chuyên ngành (và học theo ngành mình thích) thì thường dễ quản hơn nhiều. Gọi sinh viên "quấy rối" lên bảng sẽ làm giảm bớt sự mất trật tự trong lớp.

- Khi SV đang giải bài trên bảng thì giảng viên có thể được "nghỉ một chút" hay thay đổi hoạt động một chút thay vì một mình mình nói liên tục cả tiếng, như thế cũng đỡ mệt hơn khi dạy học.

v.v.

Tuy nhiên, các giảng viên vẫn có những lúc ngại gọi sinh viên lên bảng giải bài tập, vì một số lý do như:

- Sinh viên kém, gọi nó lên nó làm chậm rề rề hoặc ỳ ra không biết phải làm gì, gây mất thời giờ.

- Đề bài dài, tự mình chữa thì mới hết được đề bài, gọi sinh viên lên dù nó có giải được trên bảng cũng không kịp tiến độ so với danh sách bài tập.

- Ngại tiếp xúc, tương tác với sinh viên.

Khi dạy giải bài tập, cần xen kẽ giữa việc giảng viên giải bài mẫu

và gọi SV lên bảng. Cần vượt qua được các rào cản tâm lý khiến cho giảng viên ngại gọi SV lên bảng. Lý do "đề bài quá dài" là lý do không chính đáng: đề quá dài, thì không cần làm hết. Chí cần làm ít bài thôi nhưng là làm "đâu ra đấy", hiểu được là làm các bước như thế nào, còn hơn là cố chép lời giải của thật nhiều bài nhưng vẫn không nắm được cách làm của bài nào cả.

Khi SV ở trên bảng mà làm chỗ nào sai hay bị tắc hơi lâu, thì giảng viên phải giúp sửa sai hay gợi ý cách làm để khỏi bị lãng phí thời gian. Sau khi SV đã giải xong trên bảng cho kết quả đúng, thì giảng viên cần giải thích ngắn gọn lại một lần nữa những bước mà SV đã làm để cho các SV ngồi dưới hiểu rõ hơn, bởi vì thường là SV có giải đúng nhưng trình bầy vẫn không đủ rõ ràng dễ hiểu cho người khác.

Tuyệt đối tránh sỉ nhục các sinh viên kém khi gọi lên không giải được bài. Việc sỉ nhục đó không giúp ích gì sinh viên, mà chỉ làm cho sinh viên chán học, không còn tin tưởng vào khả năng của mình. Sinh viên nào mà ngại không muốn lên bảng, thì nên động viên là "cứ lên đi, có gì khó khăn tôi sẽ giúp". Được động viên, các sinh viên sẽ cố gắng hơn. Bản thân việc sinh viên học yếu "vác thân" đến học cũng là một sự cố gắng của sinh viên rồi, cần động viên sinh viên cho họ cảm thấy sự cố gắng của họ là không vô nghĩa.

Yêu cầu sinh viên sửa lỗi cho mình.

Người thầy, kể cả những người danh giá nhất, cũng không phải là những người "nói gì cũng đúng". Đối với giảng viên bình thường, thì chuyện thỉnh thoảng nói bị sai là điều không thể tránh khỏi. Đặc biệt, đối với giảng viên dạy bằng một thứ tiếng nước ngoài, thì càng

dễ nói bị sai tiếng đó, không kể về chuyên môn cũng thỉnh thoảng bị sai. Điều đó không có gì là bi kịch. Nhưng cần có "cơ chế sửa sai".

Một cơ chế sửa sai hiệu quả, chính là báo trước cho sinh viên biết điểm yếu của mình (ví dụ về ngôn ngữ), và yêu cầu họ là khi mình nói sai, thì họ nhắc mình, giúp mình sửa lại cho thành đúng. Các sinh viên nói chung đều là những người đàng hoàng và có thiện chí, cũng sẵn sàng giúp giảng viên sửa sai khi được yêu cầu.

*** HẾT ***

Sputnik Education

Mục tiêu của Sputnik Education là tạo ra các sản phẩm giáo dục có chất lượng cao nhất nhằm góp phần đổi mới nền giáo dục của Việt Nam. Nếu bạn đọc thích quyển sách này, hãy tham gia ủng hộ Tủ sách Sputnik, bằng những việc như:

- Quảng bá sách cho Tủ sách Sputnik, mua sách của Sputnik để đọc và để làm quà tặng.

- Trở thành cộng tác viên của Sputnik trong việc viết, dịch, phân phối sách, v.v.

Xin chân thành cảm ơn!

Một số địa chỉ liên lạc (liên hệ về cộng làm sách và phân phối sách):

E-mail: ptdo@sputnik.vn, contact@sputnikedu.com, httthanh@sputnik.vn

Điện thoại: Mrs. Thanh 091 323 9846, Mrs. Hà 090 200 8386, Ms. Quỳnh Anh 093 518 5555, Mrs Phượng 090 206 1246.

Trang facebook: https://www.facebook.com/sputnikedu